

# Содержательный анализ выполнения заданий КИМ на итоговой аттестации в 2023 году



Панина Нина Александровна,  
учитель математики МБОУ  
«Средняя школа № 33», г. Смоленск

- Основная часть участников экзамена по математике владеют умениями извлекать необходимую информацию из текста задачи, табличных данных, оперировать натуральными числами (строить числовые модели, выполнять вычисления, проводить оценку полученного результата).
- Однако, 35% выпускников имеют сложности с построением математических моделей, применением арифметических навыков.
- Геометрические задачи практического содержания также вызывают затруднения у участников экзамена. Сказывается отсутствие личной практической деятельности с геометрическими моделями (фигурами).

- Как отмечает ФИПИ, по-прежнему одной из самых типичных ошибок на экзамене является неверно прочитанное условие задачи.
- Следует уделять особое внимание развитию навыка понимания условия, умения перевести его на математический язык. Также важно отметить, что в условии задачи важна каждая деталь. К сожалению, заметное число участников экзамена, увидев задачу, похожую на ту, которую они уже решали, не обращают внимания на некоторые небольшие отличия, и решают, по сути, другую задачу.
- Развитие умения верно прочитать и понять условие, составить математическую модель, развитие умения работать с моделью, получить ответ и проверить его на соответствие заданию, оценить его правдоподобность – точка роста успешности участников ЕГЭ.

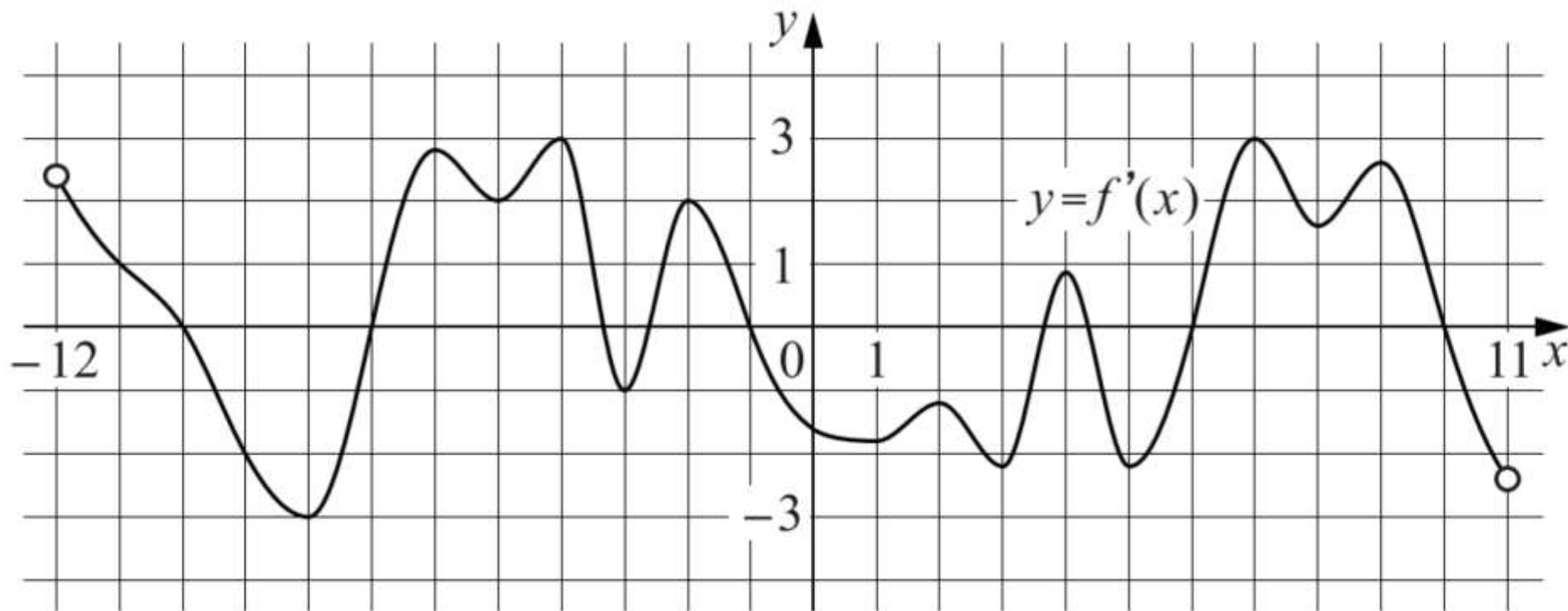
- Средний тестовый балл в 2023 г. остался заметно выше среднего балла 2021 г.
- В заданиях с развёрнутым ответом наиболее успешны участники были в заданиях 12 и 14 (как и в предыдущие годы).
- К сожалению, разрыв между уровнями алгебраической и геометрической подготовки сохраняется.
- Кроме этого, при правильных рассуждениях и разумном алгоритме решения экзаменуемые часто получают неверный ответ из-за ошибок в раскрытии скобок, одновременном устном выполнении нескольких преобразований (например, перенос слагаемых из одной части уравнения в другую и приведение подобных).

- Задание 7 – поиск точек экстремума функции по изображению графика производной этой функции – задание с отрицательной динамикой в 2023 г. (после двух лет повышения успешности выполнения). Уровень выполнения не соответствует стоящим задачам по подготовке абитуриентов массовых технических ВУЗов.
- В 2024 г. аналогичное задание – это задание 8.
- Рекомендация в изучении темы: расширить практическую содержательную линию УМК и усилить акцент на наглядные, смысловые вопросы, понимание сути производной, анализ графиков функций, не сводя курс к рутинному вычислению по формулам.

## Примеры заданий:

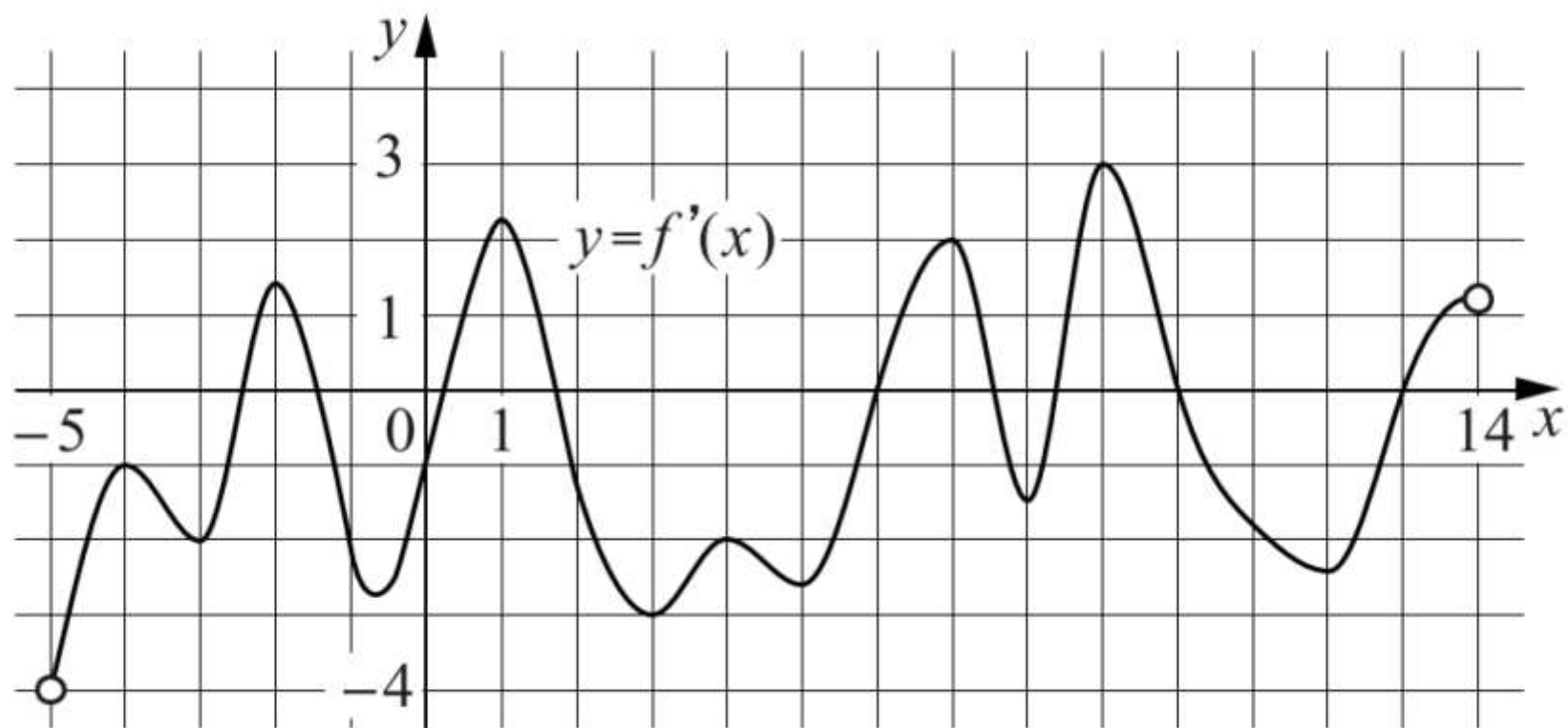
### Пример 1

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12; 11)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-11; 5]$ .



*Пример 2*

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-5; 14)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-4; 9]$ .



# «Ликвидация дефицитов умений обучающихся при подготовке к итоговой аттестации на основе результатов ЕГЭ-2023»

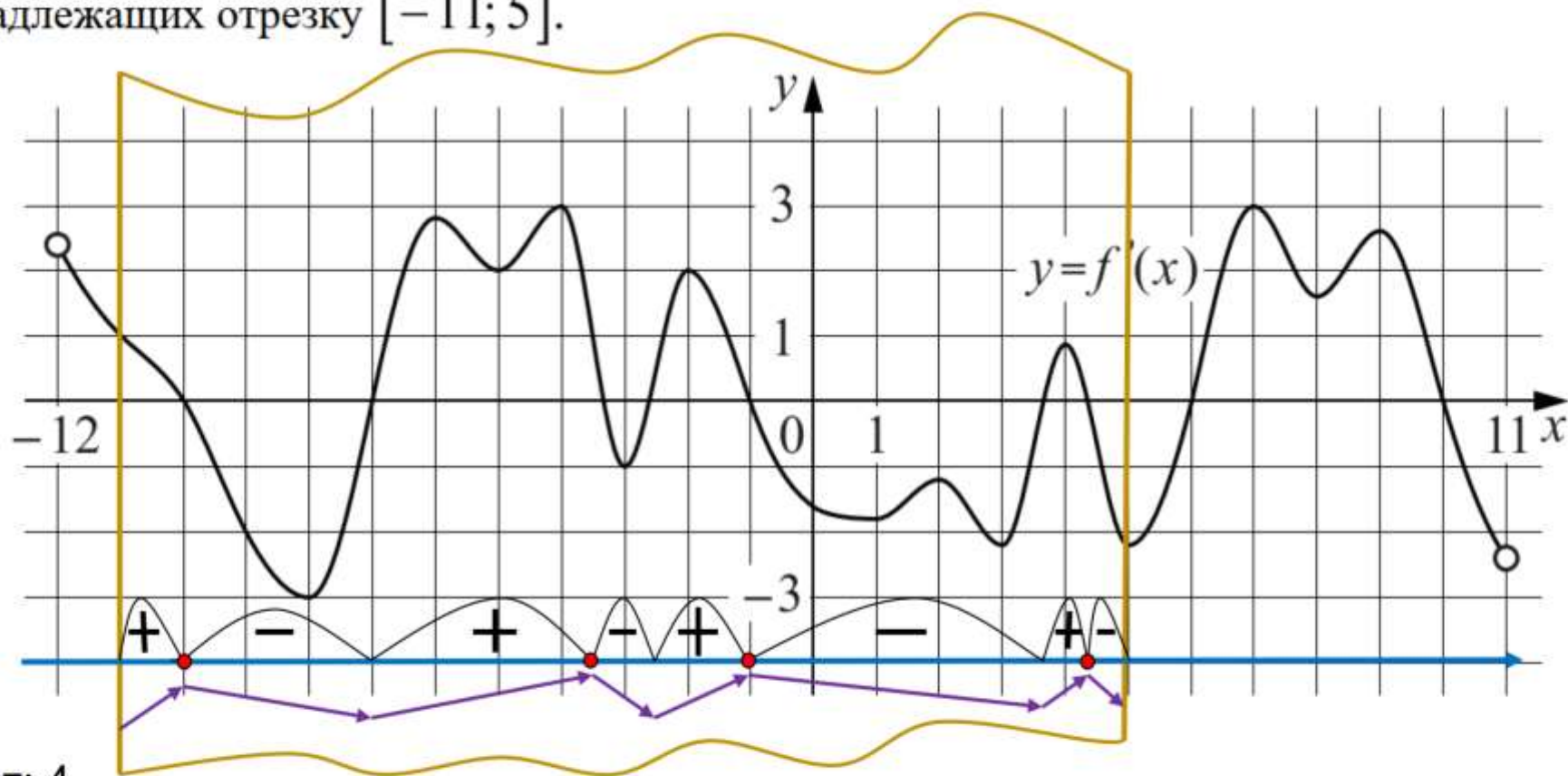


Задание 8



Пример 1

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-12; 11)$ . Найдите количество точек максимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-11; 5]$ .

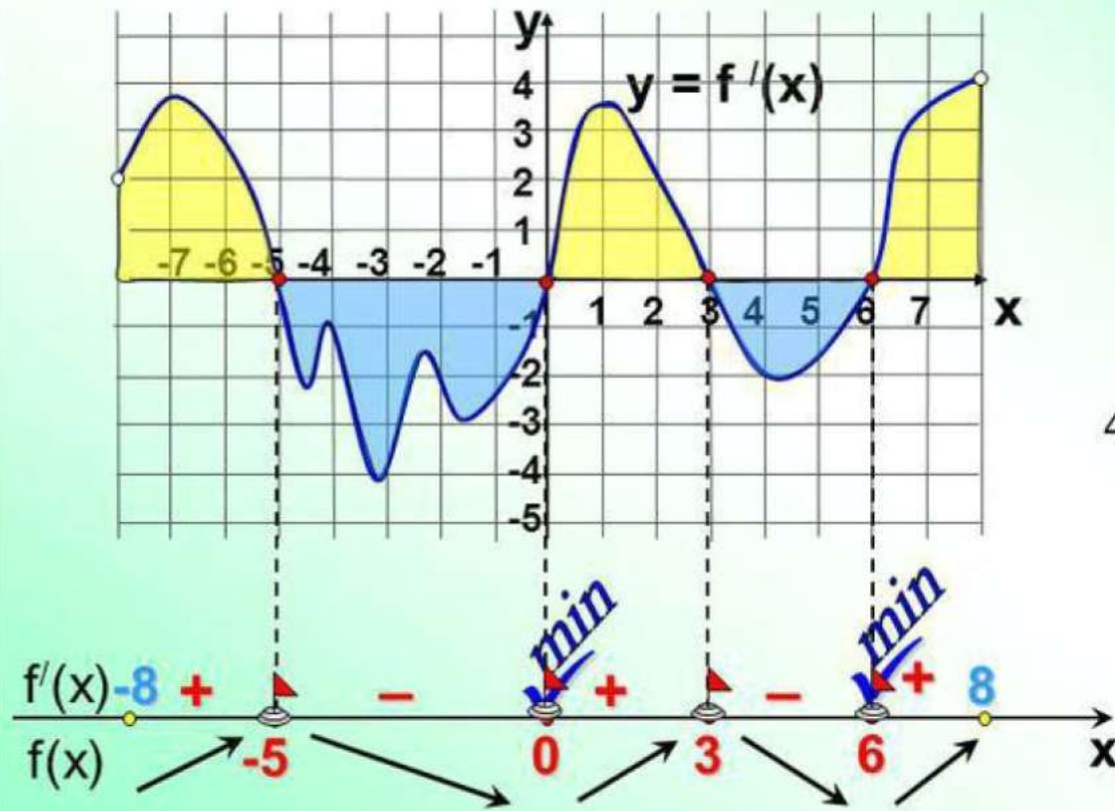


Ответ: 4

PS Использована модель «Схема исследования функции по знаку производной»

По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы тестов.

Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на экстремум и укажите количество ее точек минимума.

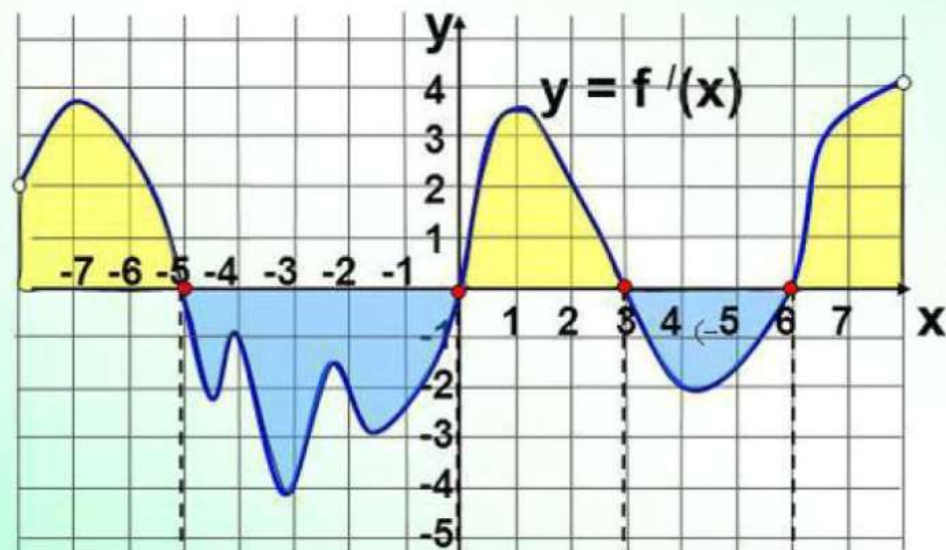


4 точки экстремума,

Ответ:  
2 точки минимума

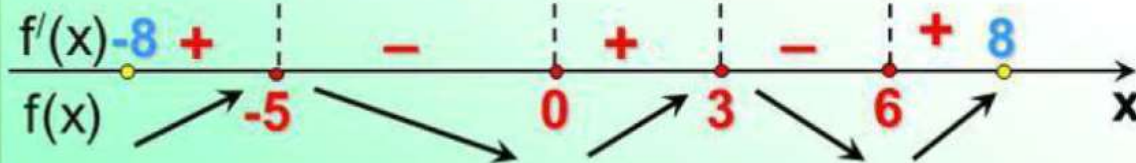
### Задача 2.4

Найдите промежутки возрастания функции  $y = f(x)$ .



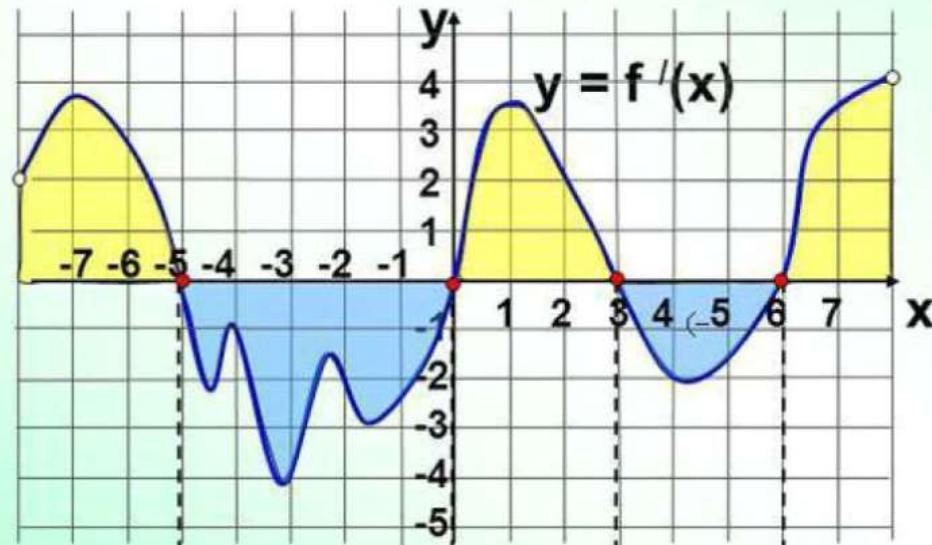
В точках  $-5, 0, 3$  и  $6$  функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Ответ:  
 $(-8; -5], [0; 3], [6; 8)$



### Задача 2.5

Найдите промежутки возрастания функции  $y = f(x)$ . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

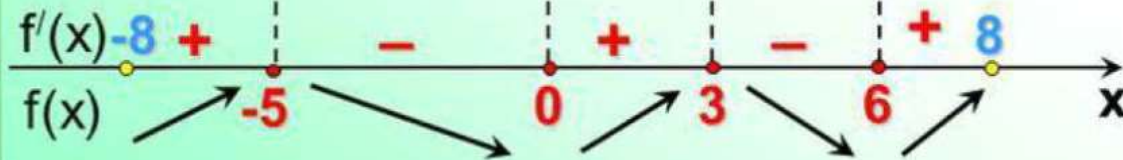


В точках  $-5, 0, 3$  и  $6$  функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

$(-8; -5], [0; 3], [6; 8)$

Сложим целые числа:  
~~-7, -6, -5, 0, 1, 2, 3, 6, 7~~

Ответ: 1



На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ , заданной на промежутке  $(-5; 5)$ . Исследуйте функцию  $y = f(x)$  на монотонность и укажите число ее промежутков убывания.

1

3

Не верно!

2

2

Не верно!

3

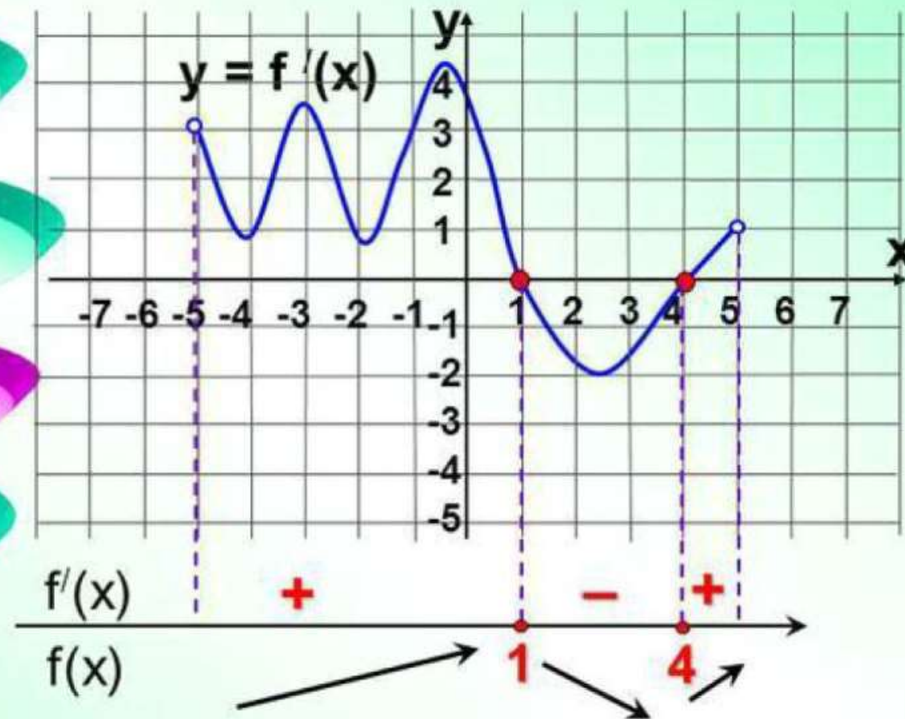
1

Верно!

4

4

Не верно!



Проверка (2)

Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке на промежутке  $(-6; 3)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите длину промежутка убывания этой функции.

1

8

Верно!

2

6

Не верно!

3

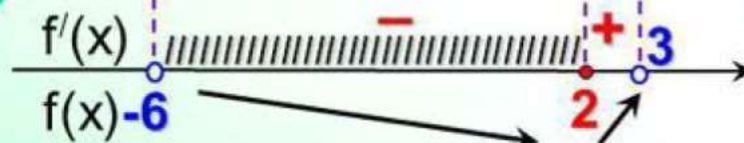
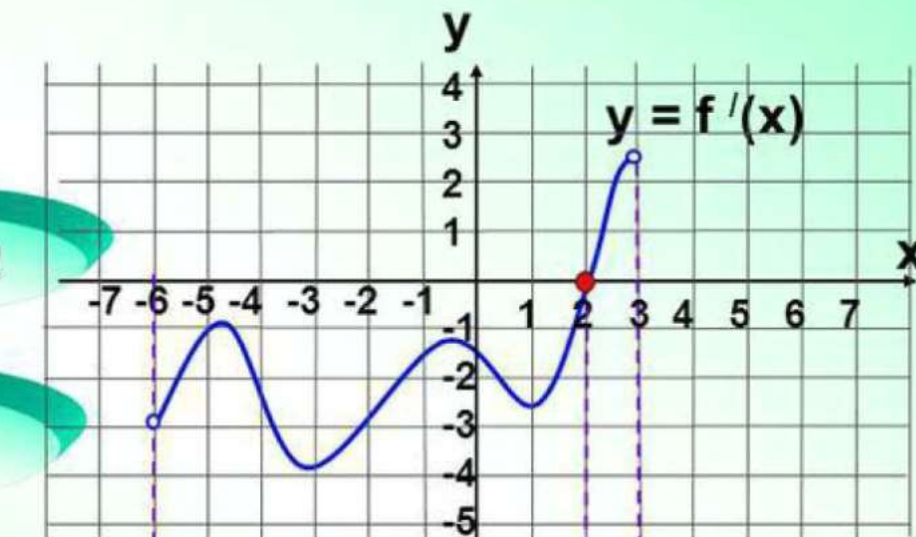
4

Не верно!

4

9

Не верно!



Проверка (2)

Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-4; 3)$ . На рисунке изображен график ее производной. Найдите точку  $a$ , в которой функция  $y = f(x)$  принимает наибольшее значение.

1

2

Не верно!

2

-2

Не верно!

3

-4

Не верно!

4

1

Верно!

Проверка (2)



$f'(x)$

+

-

$f(x)$

-4

1

3

Электронный ресурс: <http://www.myshared.ru/slide/1145180/>

**Важно при решении задач открытого банка  
понимать следующее:**

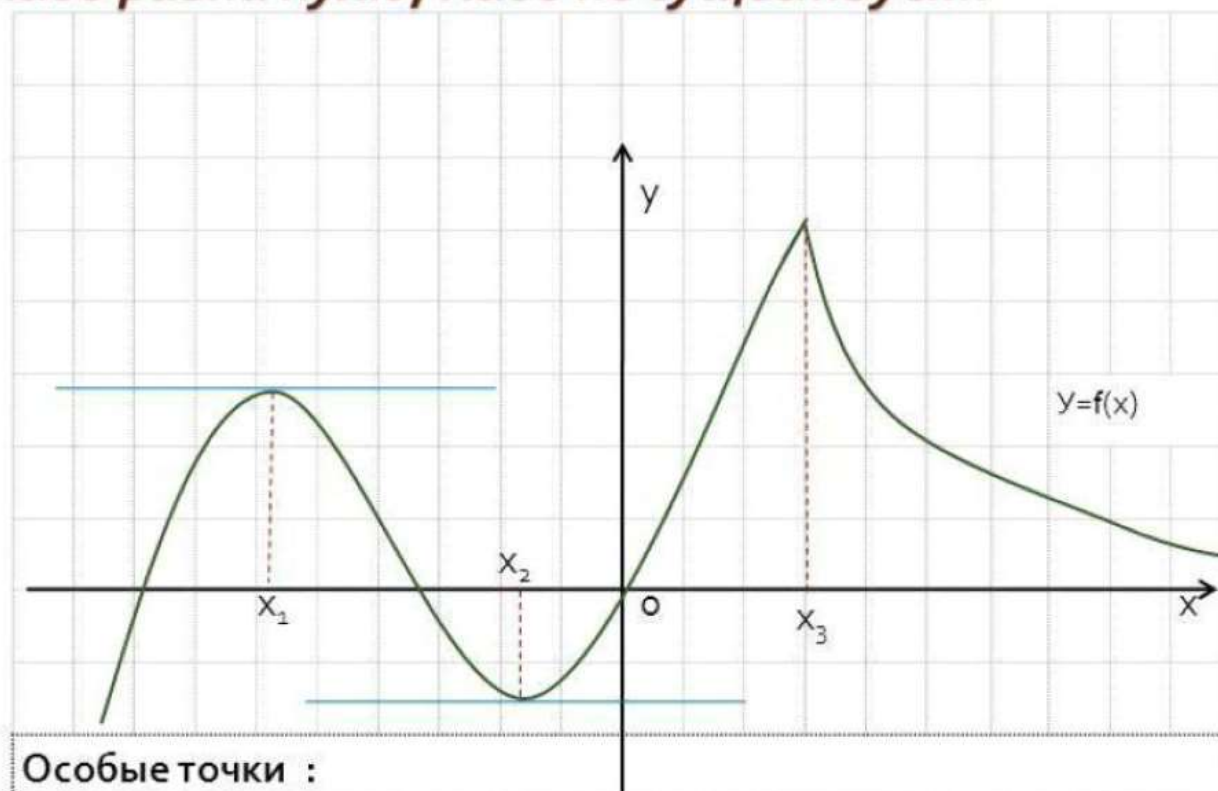
Точка – подразумевается абсцисса точки.

Сумма точек – подразумевается сумма  
абсцисс точек.





**Теорема.** Если функция  $y=f(x)$  имеет экстремум в точке  $x=x_0$ , то в этой точке производная функции либо равна нулю, либо не существует.



Особые точки :

$x_1, x_2$  – стационарные точки,  
 $x_3$  – критическая точка.

$x_1, x_3$  – точки максимума,  
 $x_2$  – точка минимума.

# ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\Delta x$  – изменение координаты тела

$\Delta t$  – промежуток времени,  
в течение которого выполнялось  
движение

При  $\Delta t \rightarrow 0$   $v$  называют мгновенной скоростью  $v(t)$ ,  
следовательно,  $v(t) = x'(t)$ .

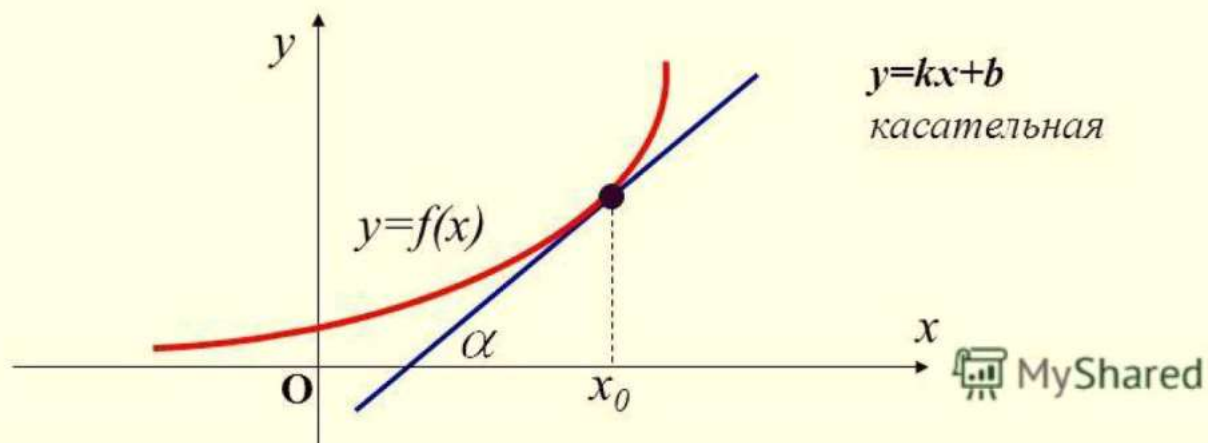
$$x'(t) = v(t)$$

$$f'(x) = v(x)$$

# Геометрический смысл производной

Значение производной функции  $y=f(x)$   
в точке  $x=x_0$  равно угловому  
коэффициенту касательной к графику  
функции  $y=f(x)$  в точке  $x=x_0$ , т. е.

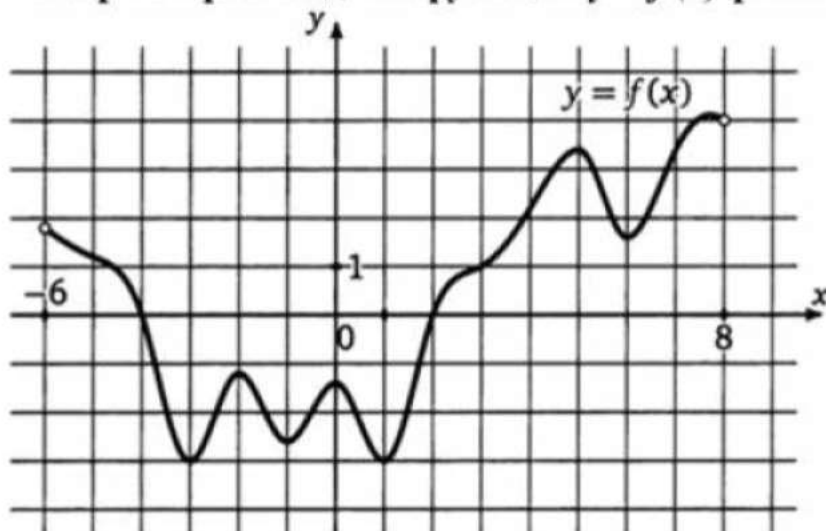
$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$



Электронный ресурс: <http://www.myshared.ru/slide/215722/>



**Задача 4.1.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Найдите количество точек, в которых производная функции  $y = f(x)$  равна 0.



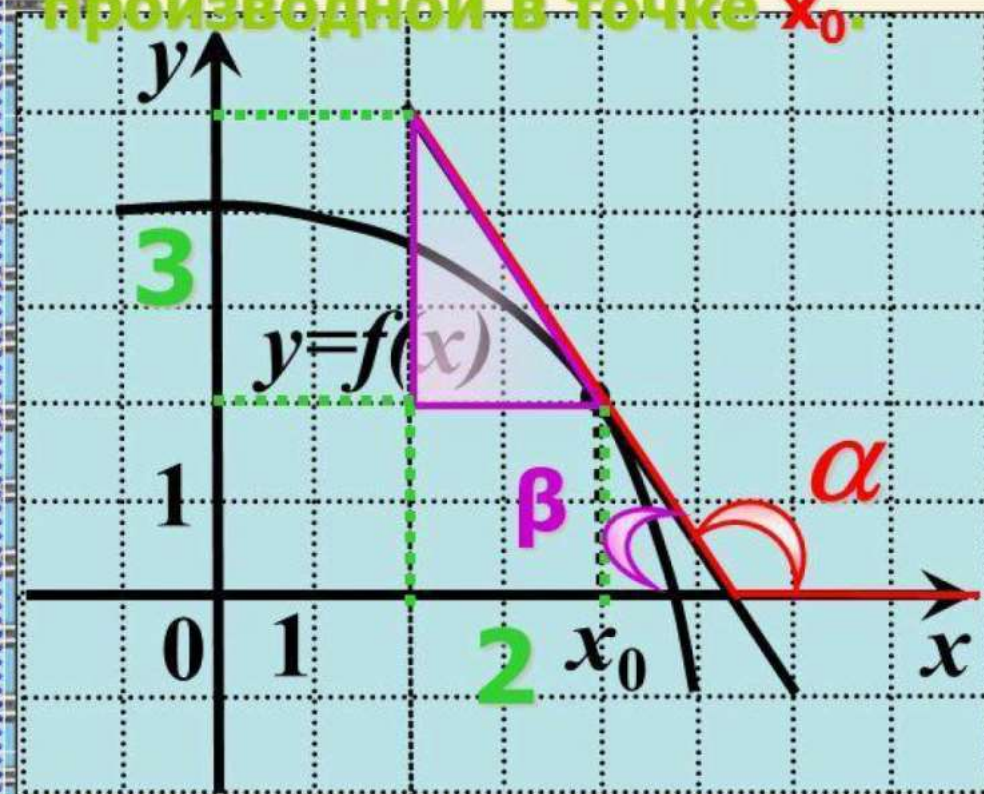
**Решение.**

**Ответ: .....**

**Теоретические сведения.**

Производная функции в точке  $x_0$  равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в точке с абсциссой  $x_0$ , горизонтальна. Отсюда следует простой способ решения задачи — приложить линейку или край листа бумаги к рисунку сверху горизонтально и, двигая «вниз», сосчитать количество точек с горизонтальной касательной.

1. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



$\alpha$  — тупой  
 $\text{tg } \alpha < 0 \quad f'(x_0) < 0$

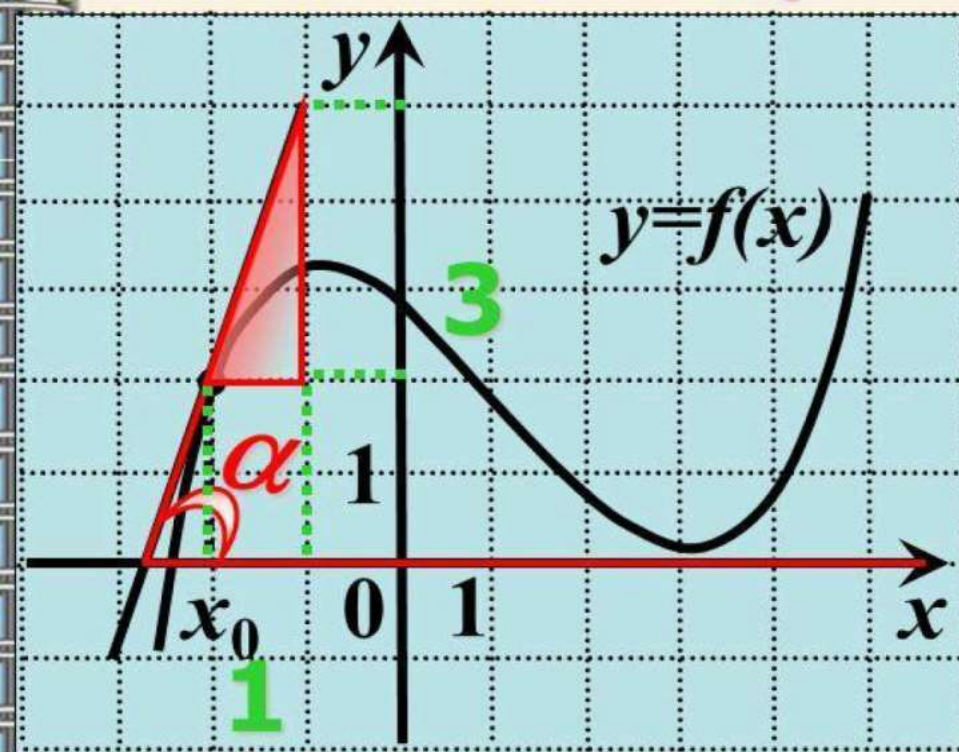
$$\text{tg } \alpha = - \text{tg } \beta$$

$$\text{tg } \alpha = - 3/2 =$$

---

$$= - 1,5 = f'(x_0)$$

2. На рисунке изображен график функции  $y=f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



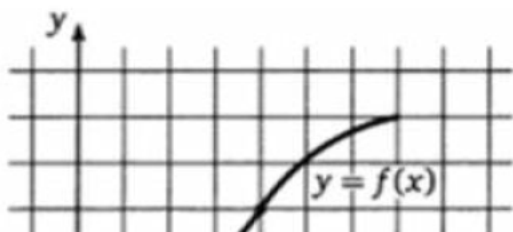
$\alpha$  — острый  
 $\operatorname{tg} \alpha > 0 \quad f'(x_0) > 0$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{1} = \underline{\underline{3 = f'(x_0)}}$$

Электронный ресурс: <http://www.myshared.ru/slide/215722/>



**Задача 2.1.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите  $f'(4)$ .

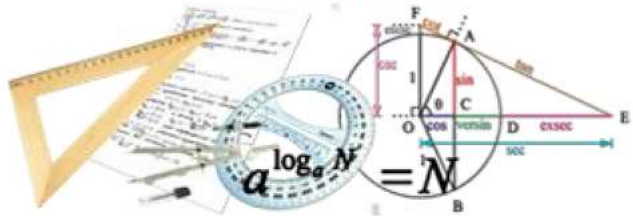


**Решение.**

Если касательная проходит через начало координат, то можно изобразить ее на рисунке, проведя прямую через начало координат и точку касания.

# СДАМ ГИА: РЕШУЕГЭ

Образовательный портал для подготовки к экзаменам  
Математика профильного уровня



## Каталог заданий

Производная и первообразная	77 заданий
• Физический смысл производной	6 заданий
• Геометрический смысл производной	31 задание
• Применение производной к исследованию функций	35 заданий
• Первообразная	5 заданий



Содержательный анализ результатов ЕГЭ позволяет сформулировать следующие положения памятки для учителя:

- Ключевой проблемой в решении задачи повышения эффективности и качества учебного процесса по математике является **активизация деятельности обучающихся** за счет значительного увеличения активных форм работы, направленных на вовлечение обучающихся в математическую деятельность; на обеспечение понимания ими математического материала; приобретение практических навыков; умений проводить рассуждения, доказательства.
- На протяжении всего курса через систему упражнений необходимо **поддерживать и развивать вычислительные навыки**.
- При проведении занятий необходимо включать **задания практической направленности**, так как это способствует пониманию роли математики в мире.

Методическую помощь учителям и обучающимся при подготовке к ЕГЭ могут оказать материалы с сайта ФИПИ ([www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)):

- документы, определяющие структуру и содержание КИМ ЕГЭ 2024 г.;
- открытый банк заданий ЕГЭ;
- Навигатор самостоятельной подготовки к ЕГЭ ([fipi.ru](http://fipi.ru));
- Учебно-методические материалы для председателей и членов региональных предметных комиссий по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ;
- Методические рекомендации на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ прошлых лет (2015–2022 гг.);
- Методические рекомендации для учителей по преподаванию учебных предметов в образовательных организациях с высокой долей обучающихся с рисками учебной неуспешности. Математика;
- журнал «Педагогические измерения»;
- Youtube-канал Рособнадзора (видеоконсультации по подготовке к ЕГЭ 2016–2023 гг.).

Благодарю за внимание!

Панина Н. А.  
+79051620770

