



Особенности выполнения заданий с кратким ответом

Панина Нина Александровна,
учитель математики МБОУ
«Средняя школа № 33, г. Смоленск»

Изменения в ЕГЭ-2024 по профильной математике

- В первую часть экзамена добавляется ещё одно задание базового уровня сложности с кратким ответом. В проекте это задание № 2. Тема: «Векторы».

Исходные данные:

- геометрическая фигура (параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, треугольник), векторы (носителями являются стороны фигуры, диагонали). Известны длины сторон или диагоналей фигуры, угол (между сторонами или диагоналями)

или

- векторы, изображённые в координатной плоскости.

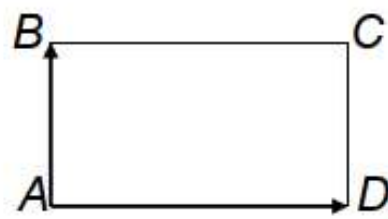
Задание: найти длину суммы, разности векторов, скалярное произведение векторов, угол между векторами.

- Задания с развёрнутым ответом – это задания 13–19. Обязательно присутствует элемент новизны, задания закрытого банка (известно, что было в предыдущие годы, но неизвестны особенности заданий 2024 года).
- По сравнению с 2023 годом меняется шкала оценивания

Образцы заданий № 2

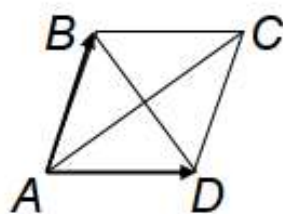
• 1.

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите длину разности векторов \vec{AB} и \vec{AD} .



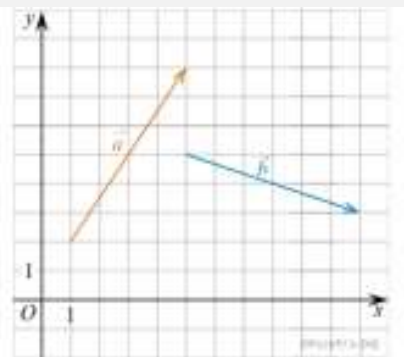
• 2.

Диагонали изображённого на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AD}$.



• 3.

Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , изображённых на координатной плоскости.



Полезные привычки

1. Перед выполнением первого задания снять внутреннее напряжение (выполнить упражнения на расслабление)
2. Внутренне быть готовым к тому, что как и на контрольной работе, может что-то сразу не получиться. Расстраиваться из-за этого не нужно. Нужно, не теряя драгоценные минуты, перейти к следующему заданию и постараться его выполнить.
3. Полученный в задании ответ обязательно сопоставить с текстом задачи: «Что требовалось найти? В каких единицах следует указать ответ?»
4. Полученный в задании ответ проверить на достоверность: «Правдоподобен ли ответ? Не противоречит ли он условию задачи, жизненному опыту?»
5. **Торопиться, не спеша!**

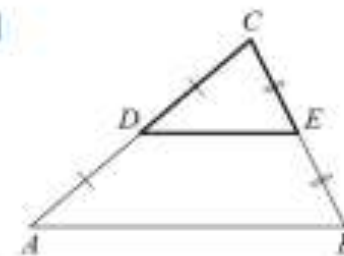
Заполнение бланка № 1

- Если все задания с кратким ответом выполнялись по порядку, без нарушений очерёдности, то не имеет значения, когда заполнять бланк ответов компьютерной проверки – сразу после выполнения задания и проверки ответа на правдоподобие или после решения всех задач первой части.
- Если какое-то задание было пропущено или задания выполнялись не в заданной последовательности, то бланк лучше заполнять сразу после выполнения задания и проверки ответа, чётко осознавая, в строку какого задания следует записать ответ.

PS Если нужно будет изменить ответ, то используем поле замены ответов

Задание 1

Площадь треугольника ABC равна 24, DE – средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь треугольника CDE .



Задачу решаем по готовому чертежу, записывать подробное решение не нужно.

Решение (логическая цепочка устных рассуждений).

DE – средняя линия, параллельная стороне AB .

Любая прямая, параллельная стороне треугольника, отсекает треугольник, подобный данному. $\Rightarrow DE$ отсекает

треугольник, подобный данному. Тогда

$$\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle CAB}} = \frac{DE^2}{AB^2} = \frac{\left(\frac{1}{2}AB\right)^2}{AB^2} = \frac{1}{4}; \quad S_{\triangle CDE} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6.$$

Ответ: 6

Задание 2

1.

Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 6 и 8. Найдите длину разности векторов \vec{AB} и \vec{AD} .

Решение

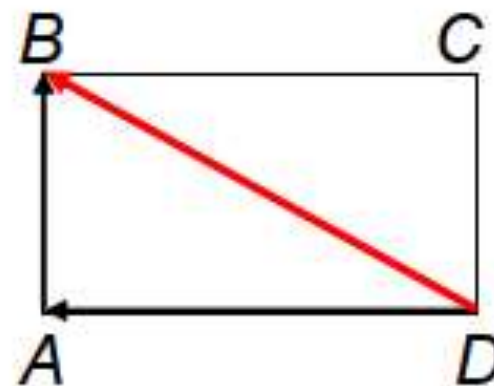
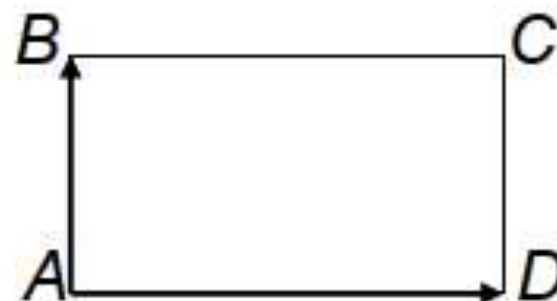
$$1) \vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{DA} = \vec{DB}$$

$$2) |\vec{DB}| = DB,$$

$$DB^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 8^2 = 100,$$

$$|\vec{DB}| = 10.$$

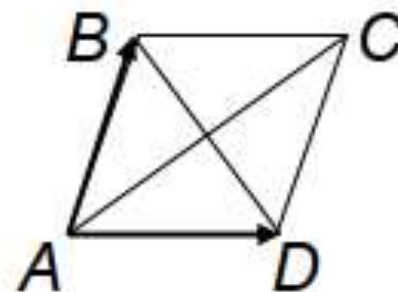
Ответ: 10



Задание 2

2. Диагонали изображённого на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AD}$.

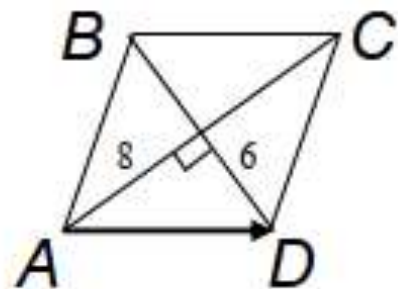
Ответ: 16



3. Диагонали изображённого на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора \vec{AD} .

Решение. $|\vec{AD}| = AD = 10$

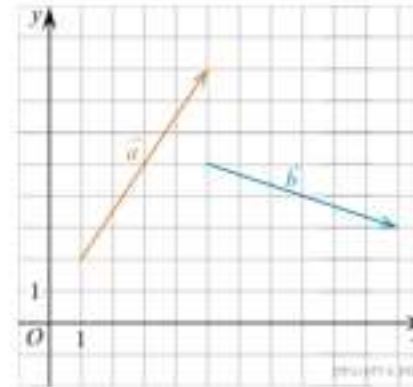
Ответ: 10



Задание 2

4.

Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , изображённых на координатной плоскости.



Решение

(1; 2), (5; 8). Тогда $\vec{a} \{4; 6\}$

(5; 5), (11; 3). Тогда $\vec{b} \{6; -2\}$

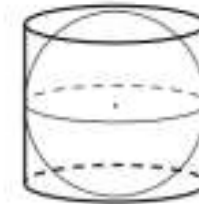
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot 6 + 6 \cdot (-2) = 24 - 12 = 12$$

Ответ: 12

Задание 3

Шар, объём которого равен 24, вписан в цилиндр.

Найдите объём цилиндра.



Решение. 2 пространственных тела => **Устанавливаем закономерности**
и решаем методом сопоставления

Закономерности: 1) радиус основания цилиндра равен радиусу шара и равен R ,
2) высота цилиндра равна $2R$.

Шар

$$V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 24,$$

$$4\pi R^3 = 24 \cdot 3,$$

$$\pi R^3 = \frac{24 \cdot 3}{4} = 6 \cdot 3 = 18,$$

$$\pi R^3 = 18$$

Цилиндр

$$\begin{aligned} V_{\text{цилиндра}} &= S_{\text{осн.}} \cdot h = \\ &= \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = \\ &= 2 \cdot 18 = 36. \end{aligned}$$

Ответ: 36

Задание 4

- Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта одинаковые?

$$\text{Вероятность} = \frac{\text{Число исходов, благодаря которым может наступить событие}}{\text{Общее число исходов}}$$

Решение. Три последние цифры могут образовать наборы: 000, 001, 002, ..., 999

Следовательно, общее число исходов равно 1000.

Благоприятствуют событию наборы: 000, 111, 222, 333, 444, 555, 666, 777, 888, 999.

Их 10.

$$\text{Тогда } P = \frac{10}{1000} = 0,01$$

Ответ: 0,01

Вероятность случайного события выражается числом от 0 до 1.

Вероятность невозможного события равна 0.

Вероятность достоверного события равна 1.

Задание 5

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,03. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Решение (первый способ).

Обратим внимание на то, что батарейка должна быть изготовлена и проверена системой контроля. Тогда имеет место следующая логическая линия:

изготовлена неисправная батарейка И система контроля её забраковала
ИЛИ

изготовлена исправная батарейка И система контроля её по ошибке забраковала.

$$P = 0,03 \cdot 0,96 + 0,97 \cdot 0,03 = 0,03 \cdot (0,96 + 0,97) = 0,03 \cdot 1,93 = 0,0579$$

Ответ: 0,0579

Решение (второй способ).

1) Вводим легенду, 2) составляем полную группу событий, 3) выбираем те события, которые соответствуют условию задачи, 4) применяя теорему умножения, находим вероятность каждого благоприятного события, 5) применяя теорему сложения, находим искомую вероятность.

Легенда: И – исправная батарейка, Н – неисправная батарейка.

З – система контроля забракует батарейку,

К – система контроля не забракует батарейку (посчитает качественной).

Ситуации (события)	Соответствие условию задачи	Вероятность события
ИК		
ИЗ	+	$p_1 = 0,97 \cdot 0,03$
НЗ	+	$p_2 = 0,03 \cdot 0,96$
НК		

$$P = 0,97 \cdot 0,03 + 0,03 \cdot 0,96 = 0,03 \cdot (0,97 + 0,96) = 0,03 \cdot 1,93 = 0,0579$$

Ответ: 0,0579

В коробке вперемешку лежат пакетики с чёрным и зелёным чаем, одинаковые на вид, причём пакетиков с чёрным чаем в 4 раза больше, чем пакетиков с зелёным чаем. Найдите вероятность того, что случайно выбранный из этой коробки пакетик окажется с зелёным чаем.

МОДЕЛЬ: ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА И ВЕРОЯТНОСТЬ

Решение. Пусть было x пакетиков с зелёным чаем. Тогда $4x$ пакетиков с чёрным чаем, $5x$ пакетиков всего.

Испытание: случайным образом выбирают 1 пакетик из $5x$ пакетиков.

Общее число исходов испытания: $n = 5x$.

Событие: пакетик, случайным образом выбранный из этой коробки, окажется с зелёным чаем.

Число исходов, благоприятствующих событию: $m = x$.

Вероятность события:

$$p = \frac{m}{n}, \quad p = \frac{x}{5x} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Ответ: 0,2

Вероятность того, что утюг прослужит более года, равна 0,96, а вероятность того, что он прослужит более трёх лет, равна 0,75. Найдите вероятность того, что утюг прослужит более года, но не более трёх лет.

Моделирование условия задачи на числовой прямой

Решение. Событие A : утюг прослужит более года, но не более трёх лет. Вероятность события A нужно найти.

Событие B : утюг прослужит более года, $P(B) = 0,96$ – вероятность события B .

Событие C : утюг прослужит более трёх лет. $P(C) = 0,75$ – вероятность события C .

Проиллюстрируем алгебру событий на числовом луче:



$$B = A + C.$$

A и C – несовместные события.

Тогда $P(B) = P(A + C) = P(A) + P(C)$.

Отсюда $P(A) = P(B) - P(C) = 0,96 - 0,75 = 0,21$.

Ответ: 0,21.

В алгебре событий есть только 2 действия:

- сложение,
- умножение

Задания 6, 7

- **Задание 6** – Решить уравнение.

Особенность – желательно выполнять только тождественные преобразования и уметь проверить достоверность результата

- **Задание 7** – Найти значение выражения.

Особенность – сначала проанализировать условие, увидеть внутренние связи между элементами, после этого составить план решения (выстроить логическую цепочку действий для достижения результата) и выполнить задание

Задание 8

- Прочитать график функции и составить суждение о производной функции **ИЛИ** прочесть график производной и составить суждение о самой функции.
- Особенности выполнения этого задания, методический и содержательный аспекты сопровождения обучающихся при подготовке к выполнению этого задания на ЕГЭ будут освещены 29.09.2023 в Школе учителя математики.

Следите за информацией о времени подключения

Задание 9

Исходные данные – формула и повествовательный текст.

Задание проверяет умение моделировать реальные ситуации на языке математики, составлять уравнения, неравенства по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов.

Задание 10 – текстовая задача

- **Задача на движение по реке, по шоссе:**

- изображаем схему движения,
- отражаем на схеме логическую цепочку рассуждений,
- составляем уравнение.

- **Задача на работу:**

- решаем «по таблице»

скорость выполнения работы-время работы-объём выполненной работы

- **Задача на смеси, сплавы:**

- решаем «по схеме» или «по таблице»

Задание 10

Особенности решения уравнений:

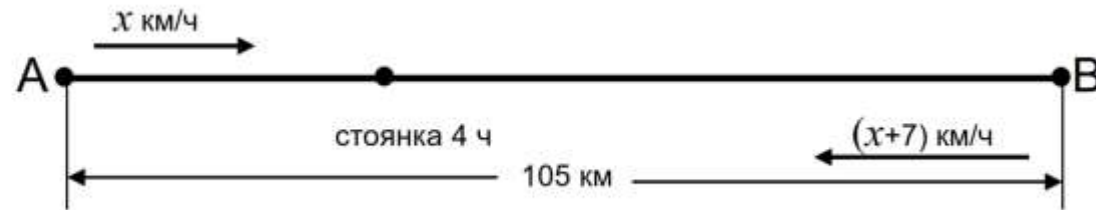
1. **МОЖНО** смысл задачи присоединить к уравнению. Решая уравнение с ограничениями, сократим затраты времени.

PS До 9 класса включительно работаем строгим методом математического моделирования, переход к уравнению с логическими ограничениями возможен только в 10-11 классах.

2. Дискриминант находим **НЕ** методом вычисления, а методом **РАЗЛОЖЕНИЯ НА МНОЖИТЕЛИ**

Велосипедист выехал из города A в город B , расстояние между которыми равно 105 км. Его скорость была постоянной на протяжении всего пути. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. В пути он сделал остановку, которая составила 4 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь от A до B . Найдите скорость велосипедиста на пути из B в A . Ответ дайте в километрах в час.

Решение.



$$\frac{105}{x} = \frac{105}{x+7} + 4.$$

По смыслу задачи $x > 0$, $x + 7 > 0$. Тогда

$$105(x+7) = 105x + 4x(x+7),$$

$$105x + 105 \cdot 7 = 105x + 4x^2 + 28x,$$

$$4x^2 + 28x - 105 \cdot 7 = 0,$$

$$4x^2 + 28x - 105 \cdot 7 = 0,$$

$$D = 4 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 7 + 4 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 15 \cdot 7 = 28^2 \cdot (1 + 15) = 28^2 \cdot 4^2 = 112^2,$$

$$x_1 = \frac{-28 - 112}{8} < 0, \quad \text{не подходит,}$$

$$x_2 = \frac{-28 + 112}{8} = \frac{84}{8} = 10,5.$$

10,5 км/ч – скорость велосипедиста на пути из A в B .

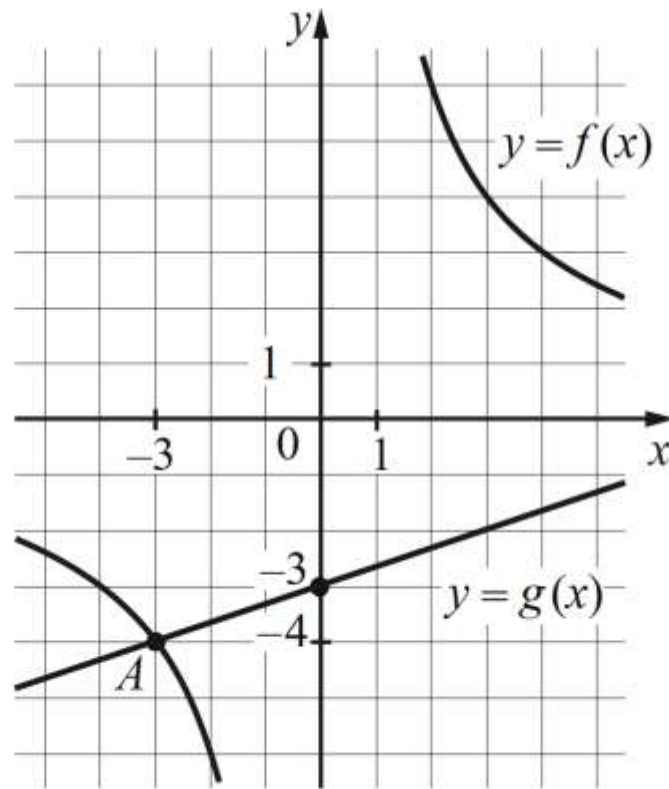
$10,5 + 7 = 17,5$ (км/ч) – скорость на пути из B в A .

Ответ: 17,5 (как на ЕГЭ)

Задание 11 (в 2023 г. – задание 10)

10

На рисунке изображены графики функций видов $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, пересекающиеся в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



ОСОБЕННОСТЬ – УМЕНИЕ ПРОВЕРИТЬ РЕЗУЛЬТАТ НА ПРАВДОПОДОБИЕ

- Осмысливаем задание, изучаем графики. Понимаем, что прямая пересекает вторую ветвь гиперболы в первой четверти.
- Составляем критерий достоверности результата:
 - наблюдаем движение точки по прямой. Схема движения: 3 единичных отрезка вправо и 1 единичный отрезок вверх,
 - из точки А перемещаемся в точку $(0; -3)$, затем в $(3; -2)$, $(6; -1)$ и $(9; 0)$,
 - абсцисса точки В больше 9 – первый критерий достоверности ожидаемого результата,
 - абсцисса точки А равна -3 – второй критерий достоверности

Задание 12

- В задании нужно найти наибольшее (наименьшее) значение функции ИЛИ точку максимума (минимума). Теоретически возможно: найти промежутки монотонности функции, в ответе указать длину промежутка, заданного дополнительными условиями (сумму длин нескольких промежутков).
- Задание чётко алгоритмизированное, соответствующее школьной программе. Особенности выполнения нет.
- Типичная ошибка – неправильное дифференцирование функции.

В 2024 году в демоверсии указана в том числе и функция

$y = (x + 8)^2 \cdot e^{3-x}$. Следовательно, нужно обратить внимание

на технику нахождения производных.

Заключение

В учебном процессе необходимо отказаться от выполнения большого количества однотипных заданий, стремиться разнообразить задания, располагать их в последовательности, не позволяющей бездумно копировать предыдущее решение, тем самым создавая предпосылки для осмысленности действий.

Обсуждая решение задачи, нужно обращать внимание на смысловую нагрузку математических выражений, причину умозаключений, учить видеть смысл в применяемой символике, развивать логические способности обучающихся.

Благодарю за внимание!

Панина Н. А.
+79051620770

