

**Государственное автономное учреждение
дополнительного профессионального образования
«Смоленский областной институт развития образования»**

Подготовка обучающихся к итоговой государственной аттестации 2023

Пособие для учителя математики

**Смоленск
2023**

УДК 372.851
ББК 4426.221

Авторы-составители:

Карамулина И.В., методист кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования ГАУ ДПО СОИРО

Панина Н.А., учитель математики МБОУ «СШ № 3» города Смоленска, председатель предметной комиссии при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования в Смоленской области в 2023 году

П 44 Подготовка обучающихся к итоговой государственной аттестации 2023: Пособие для учителя математики. – Смоленск: ГАУ ДПО СОИРО, 2023. – 32 с.

Пособие по подготовке обучающихся к итоговой государственной аттестации предназначено учителям математики для оказания им методической поддержки.

В издании прописаны изменения структуры экзамена в форме ЕГЭ и по профильной, и по базовой математике в 2023 году. На основании этого представлены возможности организации более эффективной работы участников ЕГЭ в процессе экзамена. Рассмотрен психологический аспект выполнения очередности заданий на ЕГЭ.

Дан анализ выполнения заданий КИМ в 2022 году по открытым вариантам, в котором указаны причины «успешности» и «неуспешности» обучающихся. Предложены способы действий педагога по устранению дефицитов не только в предметных знаниях, но и при развитии метапредметных умений. Особое внимание уделено мерам предупреждения невыполнения заданий.

Данное пособие предназначено для учителей математики и может быть использовано для эффективной подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике.

Материалы печатаются в авторской редакции.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры методики преподавания предметов основного и среднего образования ГАУ ДПО СОИРО и рекомендовано к использованию в образовательных организациях Смоленской области (протокол заседания кафедры № 3 от 14.03.2023 г.).

УДК 372.851
ББК 4426.221

© ГАУ ДПО СОИРО, 2023

Содержание

1. Введение	4
2. Изменения структуры экзамена по профильной и по базовой математике	5
3. Психологический аспект выполнения первого задания на ЕГЭ	5
4. Анализ выполнения заданий КИМ в 2022 году по открытым вариантам, в том числе причины и меры предупреждения невыполнения заданий	6
4.1. Математика профильного уровня. Задания с кратким ответом	6
4.2. Общие рекомендации по повышению математической грамотности и формированию метаредметных умений при работе с заданиями с кратким ответом профильного уровня	13
4.3. Математика профильного уровня. Задания с развёрнутым ответом ..	15
4.4. Математика базового уровня	19
4.4.1. Область повышенного внимания выявленные дефициты содержания):	20
4.4.2. Точки роста успешности школьников с низким уровнем обученности	21
4.4.3. Точки роста успешности обучающихся со средним уровнем обученности	21
4.4.4. Точки роста успешности школьников с высоким уровнем обученности	21
4.4.5. Ликвидация дефицитов умений «Строим и исследуем простейшие математические модели» со школьниками всех уровней обученности	22
4.4.6. Примерная последовательность тем ликвидации дефицитов умений.....	23
4.5. Общие рекомендации при организации работы с заданиями ЕГЭ базового уровня.....	23
5. Систематизация рекомендаций по совершенствованию организации и методики преподавания предмета в Смоленской области на основе выявленных типичных затруднений и ошибок	24
6. Список учебных пособий для подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике	29

1. Введение

Государственная итоговая аттестация играет важную роль как для педагога, так и для образовательной организации. Она позволяет оценить качество учебно-воспитательного процесса и состояние условий, созданных для развития и самоопределения обучающихся. Успех государственной итоговой аттестации в значительной степени определяется всем предыдущим периодом обучения и во многом зависит от его завершающего этапа, когда учебные достижения соотносятся с ожиданиями, интересами, склонностями выпускника, уточняются его намерения и дальнейшие жизненные планы. Осмысление и осознание этого выбора может состояться только при поддержке мудрых, опытных, заинтересованных взрослых людей – педагогов и родителей. Особенно значимой педагогическая поддержка становится в условиях подготовки обучающихся к единому государственному экзамену (ЕГЭ). По итогам ЕГЭ 2022 года в регионе 97,4% выпускников сдали экзамен по базовой математике, 95,2% – по профильной математике. Соответственно 2,6% выпускников не сдали экзамен по базовой математике и 4,8% – по профильной. Средний тестовый балл по базовой математике в регионе составил 4,1 балла, по профильной математике – 59,7 балла. При этом доля высокобалльных работ (свыше 80 баллов) составила 7,7%, а доля выпускников получивших менее 50 баллов (низкий результат) равна 29%. Таким образом, качество математического образования в регионе не является достаточным, поэтому необходима превентивная диагностика предметных затруднений выпускников средней школы с последующей коррекцией выявленных пробелов в знаниях.

Проблема педагогического сопровождения учащихся старшей школы, в частности, при подготовке их к государственной итоговой аттестации по математике сохраняет свою актуальность, являясь многоплановой и чрезвычайно сложной. С одной стороны, итоговая аттестация является своеобразным итогом обучения школьников за курс средней школы, проверкой уровня сформированности навыков и компетентностей в области математики. С другой стороны, итоговая аттестация является источником стресса, так как предъявляет обучающимся особые требования. В Концепции математического образования при рассмотрении проблем мотивационного характера отмечена подмена обучения «натаскиванием» на экзамен, игнорирование действительных способностей и особенностей подготовки учащихся. Педагогу необходимо четко уяснить как проводить подготовку к ЕГЭ по математике, разобраться в методике, психологических особенностях при организации поведения обучающегося во время проведения итоговой аттестации.

2. Изменения структуры экзамена по профильной и по базовой математике

В 2023 году изменений в содержании контрольно-измерительных материалов нет, но меняется структура экзамена и по профильной, и по базовой математике. Задания будут скомпонованы по темам с целью организации более эффективной работы участников ЕГЭ в процессе экзамена.

По профильной математике: задания 1–2 – «Геометрия» (на плоскости и в трёхмерном пространстве), задания 3–4 – «Теория вероятностей», задание 5 – «Решение уравнения», задание 6 – «Нахождение значения выражения», задание 7 – «Производная, первообразная», задание 8 – «Работа по формуле», задание 9 – «Текстовая задача», задание 10 – «Функции и их графики», задание 11 – «Исследование функции с помощью производной», в структуре заданий 12 – 18 изменений нет.

По базовой математике: задания 1–3 – «Практико-ориентированные задачи», задание 4 – «Работа по формуле», задание 5 – «Теория вероятностей», задание 6 – «Практико-ориентированная задача», задание 7 – «Функции, графики, геометрический смысл производной», задание 8 – «Выбор верных утверждений», задания 9–13 – «Геометрия», задание 14 – «Найти значение выражения», задание 15 – «Практико-ориентированная задача», задание 16 – «Найти значение выражения», задания 17–18 – «Решение уравнений и неравенств», задание 19 – «Признаки делимости», задание 20 – «Текстовая задача», задание 21 – «Составление и исследование математической модели».

3. Психологический аспект выполнения первого задания на ЕГЭ

Рассмотрим психологический аспект выполнения первого задания на ЕГЭ. Успешное, непродолжительное по времени выполнение задания вызовет положительные эмоции экзаменуемого, позволит снять внутреннее напряжение, поверить в себя и спокойно продолжить работу на экзамене. Если же с первых минут экзамена ничего не будет получаться, то усугубится внутренняя зажатость, появится чувство отчаяния и разочарования, и это негативно скажется на качестве выполнения других заданий. Первое впечатление гораздо сильнее второго, третьего и т. д. Даже если второе или третье задания будут успешно выполнены, то чувство внутреннего раздражения всё равно будет присутствовать и отрицательно скажется на продолжительности выполнения заданий, качестве вычислений и, в конечном итоге, приведёт к снижению личной потенциальной результативности ЕГЭ.

Первое задание КИМ по профильной математике на ЕГЭ-2023 –

геометрическая задача на плоскости. Первое задание по базовой математике имеет практическую направленность, отражает жизненную ситуацию, но по сути это – небольшой расчёт в 1–2 действия, в котором нужно понимать смысл выполняемых математических действий.

Поэтому первоочередная педагогическая задача в 2022-2023 уч. году при подготовке обучающихся к ЕГЭ по профильной математике – устранить все дефициты знаний и умений по теме «Планиметрическая задача базового уровня сложности» (первоочередная задача педагога изменилась по сравнению с предыдущими годами по отношению к обучающимся, планирующим сдавать экзамен по профильной математике). В подготовке обучающихся к экзамену по базовой математике первоочередная задача – формирование вычислительного навыка и интерпретация выполняемых вычислений в задачах повседневной жизни (первоочередная задача педагога расширилась, дополнилась семантикой¹).

Педагог должен сделать всё от него зависящее, чтобы участник ЕГЭ испытал ситуацию успеха при выполнении первого задания на ЕГЭ по математике.

4. Анализ выполнения заданий КИМ в 2022 году по открытым вариантам, в том числе причины и меры предупреждения невыполнения заданий

Проанализируем выполнение заданий КИМ в 2022 году по открытым вариантам.

Успешно выполнили работу те участники ЕГЭ, которые владеют метапредметными умениями находить главное в объекте (анализировать, видеть цель работы, выстраивать цепочку действий для достижения цели и осмысленно её реализовывать, контролировать, а при необходимости и вносить коррективы в деятельность, оценивать свою деятельность на предмет правдоподобия результата) и обладают содержательными компетенциями.

4.1. Математика профильного уровня. Задания с кратким ответом

Задание 1

1

Найдите корень уравнения $\sqrt{5x+11} = 4$.

¹ Семантика в математике – интерпретация исчисления, изучение смысла и значения конструкции.

Допущенные ошибки связаны с неумением принимать и удерживать в сознании информацию, контролировать свою деятельность, оценивать правдоподобие ответа.

Задание 2

- 2** На конференцию приехали учёные из трёх стран: 5 из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из Сербии.

Допущенные ошибки: решение противоположной задачи, вычислительные ошибки, наугад написанные ответы, причём некоторые из них противоречили канонам теории вероятностей. Проявилось неумение анализировать информацию, осмысливать выполняемые действия, контролировать и оценивать свои действия, вносить коррективы.

Таких заданий (только с другими числовыми данными) очень много в тренировочной базе и ОГЭ, и ЕГЭ. Однако задание успешно выполнили 1505 человек из 1615, и только участники ЕГЭ из группы набравших «от 81 до 100 тестовых баллов» выполнили задание правильно (на 100%). Во всех остальных группах были участники, которые дали неправильный ответ. Анализируя веер ответов участников ЕГЭ, следует предположить, что не все участники ЕГЭ по профильной математике готовились к экзамену, используя тренировочную базу, а школьный курс повторения математики охватил подобные задачи формально.

Задание 3

- 3** Центральный угол на 29° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите величину вписанного угла. Ответ дайте в градусах.

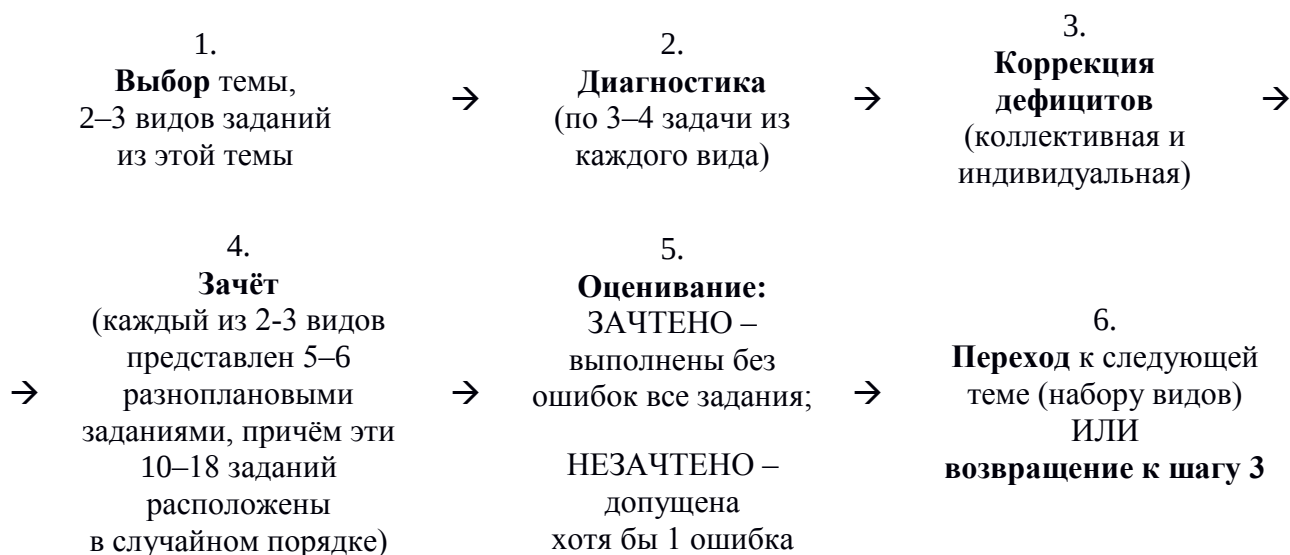


Проявилось отсутствие навыков переработки информации и критического мышления (условие задачи не смогли проанализировать, исказили его, ввели постороннюю информацию: угол в 90° или в 60° и т.п.), неумение интерпретировать полученный результат, неумение разделить объект на части и выделить существенные признаки объекта и его частей, отсутствие осознанности выполняемых действий.

Возможно: причиной невыполнения задания оказалось незнание теоретических фактов, неумение применить знания (несформированность предметного умения), а возможно, и несформированность метапредметных умений. Но обратим внимание на то, что это **не** задача применения знаний и умений в новой ситуации, переноса действий в новую область. Это задача из открытого банка подготовки к экзамену, причём одна из самых лёгких задач

КИМ.

Умения решать задачи базового уровня из открытого банка подготовки должны быть зоной особого внимания со стороны педагога. Вот один из способов действий педагога для достижения высоких результатов сформированности умения на базовом уровне (цель, которую осознаёт педагог и создаёт предпосылки для формулирования цели обучающимися):



Например, тему «Геометрия на плоскости (базовый уровень)» можно разбить на следующие единицы по 2–3 вида заданий:

1. Решение прямоугольных треугольников. Решение равнобедренного треугольника. Треугольники общего вида.
2. Параллелограммы. Трапеции.
3. Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая.
4. Вписанные окружности. Описанные окружности.

Во время зачёта (как и на ЕГЭ) обучающийся должен правильно определить видовые признаки задания и спланировать правильный способ действий, получить ответ. Исходя из целей этой педагогической работы, оценку «зачтено» разумно поставить только в том случае, если все задания выполнены правильно (100% выполнения). При наличии хотя бы одной ошибки нужно повторно организовать коррекцию знаний и умений с последующим сопровождением по изложенному выше алгоритму. Натаскивание? А вот это зависит от содержания педагогической поддержки. Если в первую очередь формируется предметное умение, то «да» (и вряд ли работа педагога окажется эффективной, потому что при таком подходе на экзамене участник ЕГЭ будет сосредоточен на мысли: «Как мы это делали?» и, что вполне возможно, не вспомнит, задание не выполнит). Если работа по формированию умения строится на метапредметных умениях и знании теоретических фактов, то и на экзамене участник построит те же метапредметные цепочки и выполнит

задание при условии безупречных теоретических знаний (ответ на сформулированный вопрос: «Нет»).

Задание 4

4

Найдите значение выражения $\frac{3 \sin 68^\circ}{\cos 34^\circ \cdot \cos 56^\circ}$.

Проявилось неумение устанавливать главную причину предстоящих преобразований, планировать действия, необходимые для достижения цели; отсутствие навыков переработки справочной информации для конкретной ситуации (отсутствие творческого мышления), неумение контролировать свою деятельность, оценивать правдоподобие ответа.

100-процентного выполнения нет ни в одной группе. Более вероятно, что

1) не сформирована привычка анализировать углы, приступая к выполнению тригонометрического задания. Поэтому участники экзамена и не увидели, что один угол в 2 раза больше другого, а третий является дополнением меньшего из первых двух до 90° ;

2) другой причиной неправильного ответа явилось неумение смоделировать формулу приведения в числителе или знаменателе дроби (не увидели такую возможность).

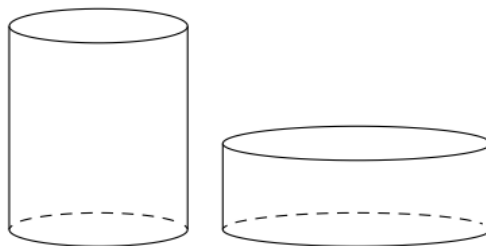
Меры предупреждения невыполнения задания: не игнорировать на уроках этап, с которого должно начинаться решение любой математической задачи – этап анализа исходных данных. В тригонометрии это особенно важно. Именно анализ исходных данных позволяет выбрать наиболее эффективный способ действий.

Обратим внимание на то, что это ещё одна задача базового уровня сложности из открытого банка подготовки к ЕГЭ. Всё сказанное выше по этому поводу относится и к этому заданию в полной мере.

Задание 5

5

Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 15. У второго цилиндра высота в 3 раза меньше, а радиус основания в 2 раза больше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.

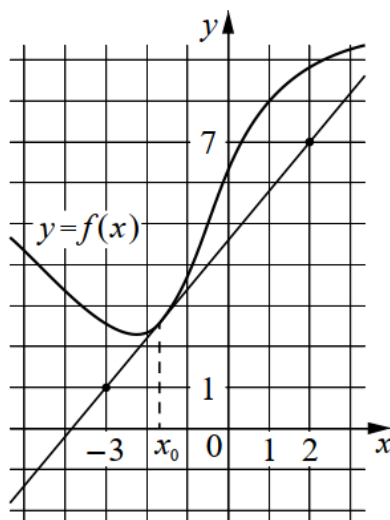


Прототипы задачи широко представлены и в школьных учебниках по геометрии, и в тренировочной базе для подготовки к ЕГЭ. Более вероятно, что причиной невыполнения задания явилось незнание формулы объёма тела. Отсутствие предметного умения проявилось в большей степени, но также сказалось и отсутствие критического мышления (получили неправдоподобные ответы). Рекомендации для повышения результативности выполнения геометрического задания базовой сложности в 2023 году приведены выше (см.

задание 3). Они актуальны и для геометрических задач в трёхмерном пространстве.

Задание 6

- 6 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .



Задание было выполнено недостаточно хорошо. Во всех группах участников были те, кто допустил ошибки. Участники, не преодолевшие минимальный балл, с заданием не справились (их процент выполнения 12,77). Проявилось отсутствие предметных знаний о геометрическом смысле производной, а также отсутствие критического мышления (дали неправдоподобный ответ), отсутствие умения устанавливать главную причину явления, неумение разделить объект на части и расположить части в определённой последовательности.

Это базовое умение, оно в большом объёме представлено в тренировочных материалах ЕГЭ, имеет открытый доступ и не выполняется обучающимися, имеющими положительную итоговую оценку (общее невыполнение составляет 25,57%). Так не должно быть.

Рекомендации: создавая условия для формирования знаний и умений, необходимо сверять содержательную линию УМК со стандартом, проверяемым ГИА. В случае необходимости дополнить содержание задачника упражнениями из демоверсии и тренировочной базы. Ошибку полезнее не корректировать, а не допускать. Работа по предупреждению ошибок более важна.

Задание 7

7

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса m (в мг) уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{\tau}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа (в мг), τ — время (в минутах), прошедшее от начального момента, T — период полураспада (в минутах). В начальный момент времени масса изотопа равна 20 мг. Период его полураспада составляет 10 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

Проявилось предметное неумение решать показательное уравнение и планировать собственную деятельность в соответствии с поставленной задачей на каждом шаге решения.

Рекомендации: прототипы задач чаще включать в домашние задания как элементы закрепления приобретённых навыков.

Задача 8

8

Моторная лодка прошла против течения реки 143 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Текстовая задача повышенного уровня сложности. Правильный результат получили только те участники ЕГЭ, которые владеют умением находить сходство и различие в объекте, анализировать, видеть цель работы, выстраивать цепочку действий, создать модель, строить работу с моделью, контролировать и оценивать свою деятельность, интерпретировать результат, критически мыслить, осмысливая правдоподобие ответа.

Тип задачи ежегодно меняется (в 2022 году это была задача на движение по реке, в 2021-м – задача на работу), но всё же задание нельзя назвать новым. Прототипы заданий присутствуют в школьных учебниках, тренировочной базе. Логика решения задач отрабатывается с 7 класса. В целом, решение задачи не представляет трудности. Типичные ошибки – вычислительные, неправильное составление математической модели, неправильное решение дробно-рационального и (или) квадратного уравнения.

Меры предупреждения ошибок:

1) решать текстовые задачи чаще (хотя бы раз в неделю включать в домашнее задание как элемент повторения содержания курса математики для закрепления приобретённых навыков решения задач);

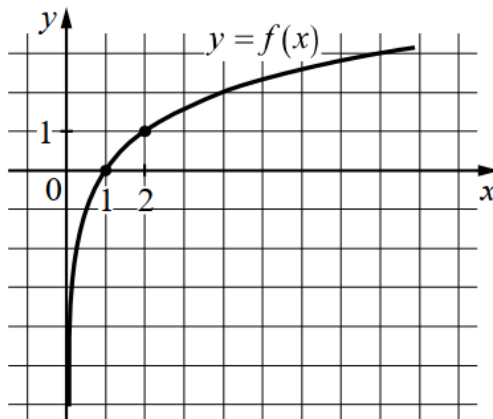
2) обсуждая решение задачи, обращать внимание на смысловую нагрузку математических выражений, причину умозаключений, в том числе и при составлении уравнения;

3) обращать внимание на технику решения уравнения (не допускать получение верного ответа любой ценой, лишь бы сократить затраты времени).

Тождественность преобразований должна присутствовать в работе постоянно, а не от случая к случаю.

Задача 9

- 9 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(32)$.



Задание повышенного уровня сложности. На ЕГЭ 2022 было представлено впервые. Проявилось неумение добывать информацию из графика функции, находить главное в объекте, анализировать, видеть цель работы, планировать деятельность для достижения цели, выстраивать цепочку действий, контролировать и оценивать свою деятельность, критически мыслить.

Рекомендации: в процессе подготовки к ЕГЭ-2023 обратить внимание на весь прогнозируемый спектр задач, формировать умения в общем виде (в большей степени с опорой на метапредметные умения).

Задание 10

- 10 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,8. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Проявилось отсутствие навыка переработки информации, неумение использовать знаково-символические средства для создания модели рассматриваемого события, находить главное в изучаемом событии, разделять главное событие на элементарные, анализировать, видеть цель работы, выстраивать цепочку действий для достижения цели, контролировать и оценивать свою деятельность. Для правильного решения задачи важно и знание теорем умножения и сложения событий, формул, позволяющих рассчитать вероятность произведения и суммы событий.

Задание 11

- 11 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 300x + 14$.

Задание представлено широким спектром задач во всех используемых УМК, тренировочной базе ЕГЭ. Однако у трети экзаменуемых проявилось отсутствие предметного умения использовать производную для исследования функции, а также неумение контролировать (допущенная вычислительная ошибка не опознана) и оценивать свои действия, отсутствие критического мышления (ход решения был верный, но из-за ошибки ответ получился неправдоподобный).

Рекомендации: прототипы задач чаще включать в домашние задания как элементы повторения содержания и закрепления приобретённых навыков.

4.2. Общие рекомендации по повышению математической грамотности и формированию метаредметных умений при работе с заданиями с кратким ответом профильного уровня

Недостаточная сформированность метапредметных умений наряду с недостаточной предметной грамотностью явились причинами невыполнения части заданий КИМ отдельными участниками ЕГЭ по профильной математике. Чаще всего сказывалось негативное влияние неумения перерабатывать информацию, контролировать и оценивать свою деятельность, критически мыслить.

Меры предупреждения: использовать образовательное пространство урока для развития у обучающихся метапредметных умений. Овладение метапредметными умениями в конечном итоге ведёт к формированию способности успешно осваивать новые знания и компетентности, создаёт условия для формирования предметных умений высокого уровня. Следует обратить внимание на формирование:

- основ теоретического мышления (определение понятий, систематизацию, классификацию, доказательство, обобщение),
- навыков переработки информации (анализ, синтез, интерпретация, оценка, аргументирование),
- критического мышления (сопоставление фактов, установление логического несоответствия, проверка полученного в решении результата на правдоподобие и т.д.),
- творческого мышления (нахождение альтернативного решения, совмещение традиционных и новых способов деятельности, перенос действий в новую область и т.д.)
- регулятивных умений (постановка вопросов, умение формулировать гипотезы, определять цели, планировать, выбирать способ действий, контролировать, анализировать и корректировать свою

деятельность),

- главных качеств мышления (диалектичность, гибкость и т.д.).

Все предметные умения также требуют доработки. Зону ближайшего развития умений, дозирование заданий выбранного умения следует определить индивидуально на диагностической основе. Учтём, что умения из зоны актуального развития нужно достаточно регулярно поддерживать и развивать, постепенно обращая их в навык и формируя компетенцию.

Более вероятная причина отрицательной динамики в формировании умения выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами – это достаточно редкая работа с геометрическим материалом из изученных ранее тем, отсутствие регулярной, систематической работы по повторению геометрии.

И, как и в предыдущие годы, важно не терять в учебном процессе обучающихся с низким уровнем успешности при выполнении действий с геометрическими фигурами, координатами и векторами, выполнении действий с функциями, выполнении вычислений и преобразований. Следовательно, в процессе взаимодействия с наименее успешными учениками по-прежнему следует обращать внимание на их работу в процессе выполнения вычислений и преобразований; технику построения чертежа в геометрических задачах, знание теоретических сведений, читательскую компетентность. И важно обратить внимание на форму выполнения действий этими обучающимися. До автоматизма нужно довести выполнение действий в режиме монологичной громкой разговорной речи (в этом случае осмысленность действий приобретает наибольшее значение).

Приоритетные направления повышения результативности успешной группы участников в 2023 году: повышение сложности заданий и формирование умения решать уравнения и неравенства, решать экономические задачи, выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами в задачах повышенного уровня сложности; развитие умений использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, выполнять действия с функциями.

Создавая индивидуальные маршруты подготовки к ЕГЭ учащихся с высоким уровнем обученности, можно расширить банк используемых средств, рекомендовать им подготовку к выполнению заданий не только по школьным учебникам, но и по таким пособиям, как:

Гордин Р. К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под редакцией И. В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2020. – 272 с. (Издание соответствует ФГОС),

Шестаков С. А. ЕГЭ 2022. Математика. Задачи с параметром. Задача 17

(профильный уровень) / Под редакцией И. В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2022. – 288 с. (Издание соответствует ФГОС).

4.3. Математика профильного уровня. Задания с развёрнутым ответом

12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x - 3 \sin(-x) - 2 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Задание выполнил примерно каждый второй (немного меньше) участник ЕГЭ. Задание успешно выполнено участниками группы «от 81 до 100» (95,49%), недостаточно хорошо участниками группы «от 61 до 80» (78,63%). Незначительная часть участников ЕГЭ по математике в 2022 году, представившая развёрнутые ответы, не приступала к выполнению задания. Динамика выполнения задания 12 положительная в течение трёх последних лет.

Задание 13

13 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с бóльшим основанием AD . Диагонали трапеции пересекаются в точке O . Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO .

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если $AD = 10$, $BC = 8$, $SO = 8$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD .

Задание № 13 а) начинали выполнять многие. Но доказательство было признано правильным только у тех, кто доказал параллельность двух сторон четырёхугольника и непараллельность двух других сторон.

Меры предупреждения ошибки в дальнейшем: на этапе формирования новых знаний и умений нужно идти от самых истоков, производить умозаключения на основе причинно-следственных связей, а также добиваться осознания содержания деятельности и её зависимости от причин. Важно, чтобы обучающийся понимал причины выбора способов деятельности и правильно, осознанно применял теоретические положения.

Рекомендации:

1. Работая с геометрическим материалом, развивать умения:

- узнавать геометрические фигуры на чертеже и создавать теоретические ассоциативные связи;

- из целого выделять часть на геометрическом чертеже и исследовать геометрические характеристики выделенного объекта;
- переходить от одного геометрического объекта к другому по мере расширения объёма информации;
- строить логические цепочки в задачах с геометрическим содержанием;
- в задачах с кратким ответом оформлять решение задачи на чертеже, сокращая затраты времени.

2. В период изучения новых геометрических фактов и формирования умения ими оперировать долю задач по готовому чертежу доводить до 90%, постепенно снижая её до 30% в процессе продвижения в теме (таким образом идёт развитие видения геометрических объектов на сложных чертежах, повышается плотность урока, а содержание решённых задач позволяет глубоко осознать изучаемый факт).

Задание 14

14

Решите неравенство $\frac{2}{3^x + 27} \geq \frac{1}{3^x - 27}$.

Динамика выполнения задания положительная, причём на протяжении всех трёх лет: 2020–2021–2022.

Типичные ошибки:

1) получая неравенство вида «дробь больше 0 или равна 0» и выбирая для его решения метод систем, некоторые участники ЕГЭ-2022 переходили к системе «числитель больше 0 или равен 0 и знаменатель больше 0» вместо правильного перехода к совокупности двух систем «числитель и знаменатель имеют одинаковые знаки +,+ или –,—, но при этом числитель может и равняться 0»,

2) ошибочный переход, например, от неравенства « $-27 < 3^x < 27$ » к неравенству « $0 < x < 3$ ».

И снова результат свидетельствует о преобладании формальной математики над смысловой в сознании выпускников.

Один из способов формирования осознанного применения знаний и умений при работе с уравнениями, неравенствами – это:

(шаг 1) перестановка в последовательности прохождения тем. Тему «Равносильность уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств» изучить в самом начале 10 класса (независимо от УМК, вплоть до переноса из курса 11 класса в курс 10-го);

(шаг 2) введение знака равносильности в содержание обучения (при решении уравнений всех типов и видов, решении неравенств и систем на протяжении всего остального курса обучения в 10-м и 11-м классах). При этом постановка каждого знака равносильности (или невозможность постановки

знака) должна быть устно объяснена выполняющим задание.

Вектор «Исключительная, классическая строгость любых математических преобразований на уроках математики. Тождественность преобразований должна стать фундаментом любого действия ученика при работе с математическими объектами» не потерял свою актуальность и в 2023 году.

Задание 15, например:

15 В июле 2026 года планируется взять кредит на три года в размере 800 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2027 и 2028 годах должны быть равными;
- к июлю 2029 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2029 году составит 833,8 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2027 года?

Фактически это известный прототип на тему «Кредиты. Аннуитетный платёж», но в последний год нужно было выплатить не фиксированную сумму, а весь образовавшийся к моменту платежа долг (в этом заключался элемент новизны). Логическая схема первых шагов решения хорошо известна, отработана при решении задач тренировочной базы, если участник ЕГЭ готовился к выполнению задания 17. Тот, кто осмысленно решал задачу, без ошибок выполнил и последний шаг, предшествующий составлению модели задачи. Участники, формально воспринимающие математику, не сумели составить правильную математическую модель (незначительное изменение в условии КИМ – и логическая цепочка потеряна). Возможная причина: не видели смысловой нагрузки математических выражений, составляли их по зрительной памяти, а не по смыслу, и, как следствие, на последнем шаге допустили ошибку.

Рекомендации: учить школьников видеть смысл в математических выражениях, применяемой символике, развивать их логические способности.

Задание 16

16 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD . Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L . На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E , что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.

б) Найдите EL , если $AC = 8$, $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{2}$.

Обычно, большинство экзаменуемых к заданию 16 не приступают. В 2022

г. задачу начинали решать многие, но некоторые из них допускали ошибку при переносе информации на чертёж, искажая условие задачи (углы изменяли, добавляли информацию про соотношение сторон).

Меры предупреждения ошибок в дальнейшем: рекомендовать многократное осмысленное прочтение условия задачи:

шаг 1. Прочтение целого текста с целью выявления главной особенности заданной фигуры (например, равнобедренный треугольник, прямоугольная трапеция и т. п.);

шаг 2. Изображение заданной фигуры на чертеже и повторное последовательное фрагментарное прочтение условия задачи с параллельной работой на чертеже по каждому фрагменту;

шаг 3. Прочтение целого текста с параллельным контролем и уточнением деталей на чертеже.

Только после того, как установлено полное соответствие чертежа и осознанного восприятия заданной информации условию задачи, следует приступить к её решению.

Задание 17

17 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 + x - 7a = |7x + a|$$

имеет больше двух различных корней.

Задание высокого уровня сложности.

Большинство участников ЕГЭ, приступавших к выполнению задания, выбирали графический метод решения (оптимальный в данной ситуации), правильно изображали график исходного уравнения, проводили исследование взаимного расположения дуг окружностей и прямой. Это уже позволяло набрать 1 первичный балл. Хороших работ, выполненных на максимальный балл (4 первичных балла), было немало.

Участники, выбравшие аналитический способ решения, не смогли правильно провести исследование, так как их система гипотез оказывалась неполной. Потеря хотя бы одного случая не позволяла поставить даже 1 первичный балл.

Рекомендации: у обучающихся следует формировать привычку правильной обработки имеющейся информации: адекватность её восприятия → выделение главных признаков → выбор оптимального метода решения → планирование предстоящей деятельности. Только после этого следует приступить к реализации замысла. Если планирование указывает на сложность выбранного метода, то имеет смысл поискать альтернативные пути решения.

Задание 18

18

Есть четыре коробки: в первой коробке 101 камень, во второй — 102, в третьей — 103, а в четвёртой коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 97 камней, во второй — 102, в третьей — 103, а в четвёртой — 4?

б) Могло ли в четвёртой коробке оказаться 306 камней?

в) Какое наибольшее число камней могло оказаться в первой коробке?

Средний процент выполнения (8,39%) говорит о несформированности умения строить и исследовать математические модели в сложных задачах, проявляя творчество. Типичные ошибки:

- читательская некомпетентность. Адекватно воспринять информацию, не пропуская ключевые слова, сумели далеко не все участники ЕГЭ. Не обратили внимание на то, что за один ход по одному камню нужно взять из трёх коробок;

- по-прежнему, неправильно доказывается заключение: «НЕТ, НЕЛЬЗЯ». Доказательство по ошибке сводится к исследованию конкретной ситуации, то есть частным примером действий участники ЕГЭ пытаются доказать общее положение.

Рекомендации по предупреждению аналогичных ошибок в дальнейшем:

1) учащимся рекомендовать многократное осмысленное прочтение условия задачи с целью осознания каждого слова, каждой фразы с последующим мысленным воссозданием сюжета задачи;

2) в процессе внеурочной деятельности (элективных занятий) по математике рассмотреть правила доказательств «нет, нельзя».

4.4. Математика базового уровня

Экзамен выявил уровень сформированности (несформированности) математических компетенций при выполнении заданий базового уровня сложности. Анализ веера ответов участников ЕГЭ позволил обнаружить ошибки массового характера (дефициты содержания). Предполагая, что математические знания и умения одиннадцатиклассников 2023-го года незначительно отличаются от аналогичного показателя одиннадцатиклассников 2022-го года, опираясь на статистический анализ результатов ЕГЭ-2022, определим направления коллективной работы на уроках математики в целях повышения успешности каждого выпускника 2023 года. И не забудем, что

коллективную работу нужно дополнить индивидуальной работой, организованной по результатам диагностик.

4.4.1. Область повышенного внимания выявленные дефициты содержания):

Вычисления и преобразования:

- техника сложения десятичной дроби с целым числом,
- возведение чисел в степень,
- действия с положительными и отрицательными числами,
- действия со степенями.

Использование приобретённых знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни:

- обращение процентов в десятичную дробь, задачи с процентами,
- правила округления чисел, логическое округление по смыслу задачи (по избытку или по недостатку).

Построение и исследование простейших математических моделей:

- классическая вероятность,
- скорость автомобиля на всём пути,
- последовательность действий при работе с формулами,
- конвертация единиц измерения.

Решение уравнений и неравенств:

- решение неполных квадратных уравнений,
- решение неравенств всех видов.

Действия с функциями:

- чтение графиков функций.

Действия с геометрическими фигурами

- терминология,
- применение теорем,
- построение геометрической модели задачи с практическим геометрическим содержанием,
- нахождение периметра многоугольника,
- нахождение площади фигуры.

Вне сомнения, что область дефицитов подготовки значительно шире, и ограничиться отработкой только этого содержания нельзя.

4.4.2. Точки роста успешности школьников с низким уровнем обученности

Типы математических задач по направлениям умений:

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни,
- строить простейшие математические модели.

Повысить качество решения задач практической направленности важно, так как от этой компетентности зависит уровень социализации личности участника ЕГЭ. То же самое относится и к задачам на составление модели, например, на составление прогноза («найти вероятность элементарного события»), расчёт скорости, времени пути, расхода бензина и т. п. (задание 2022 – «рассчитать среднюю скорость автомобиля на пути, состоящем из нескольких участков»).

Остальные умения также требуют доработки. Формы работы с обучающимися не зависят от выбора формы экзамена. Они едины и для базовой, и для профильной математики (сформулированы в разделе «Профильная математика»).

4.4.3. Точки роста успешности обучающихся со средним уровнем обученности

Точки роста успешности обучающихся со средним уровнем обученности, которые следует иметь в виду в первую очередь – это продолжение работы по формированию умений:

- строить и исследовать простейшие математические модели,
- выполнять вычисления и преобразования,
- решать уравнения и неравенства.

Параллельно работе над точками роста нужно продолжать работу над развитием более успешных умений с целью доведения их до высокого уровня. Например, в карточку «Скорость, время, расстояние», насчитывающую 8 различных задач прямого и обратного характера, включить 2 задания на повторение, уровень сформированности умений для которых на порядок выше. В этом случае умения, находящиеся в точке роста, развиваются, а умения из зоны актуального развития закрепляются и постепенно превращаются в навык.

4.4.4. Точки роста успешности школьников с высоким уровнем обученности

Точки роста успешности школьников с высоким уровнем обученности, которые следует иметь в виду в первую очередь:

- уметь решать уравнения и неравенства,
- уметь строить и исследовать простейшие математические модели.

Замечательно, если учебный план школы предусматривает дополнительный час для ликвидации дефицитов знаний и умений по предмету. Если такой возможности нет, то не надо ожидать того времени, когда будет завершён курс обучения, и начнётся курс повторения. Работу по ликвидации дефицитов умений нужно начинать с первых дней учебного года. Первые 10 минут ежеурочно в течение всего года дадут существенный положительный результат. Главное – это правильно отобрать содержание, правильно сформировать пары (переменного состава) на эти 10 минут, дополнить домашнее задание такой карточкой, которая закрепит правильные действия обучающегося и при этом позволит сделать шаг вперёд (не будет составлена только из заданий актуальной зоны), не навредит ему, потому что возможность тиражирования ошибки в ней будет исключена.

Имеет смысл по каждому из умений совместить сроки коллективной работы, дополняя её парной работой, работой в малых группах.

4.4.5. Ликвидация дефицитов умений «Строим и исследуем простейшие математические модели» со школьниками всех уровней обученности

Обратим внимание на то, что умение строить и исследовать простейшие математические модели оказалось точкой роста во всех группах. Следовательно, в ближайшем месяце тема работы по ликвидации дефицитов умений – «Строим и исследуем простейшие математические модели». Группы будут работать в зоне ближайшего развития умения, а успешные в этом вопросе обучающиеся – в зоне актуального развития (закрепляют имеющееся умение, поднимают его на более высокий уровень, обращают в навык). Коллективную работу обязательно дополняем парной работой, работой в малых группах. Формируем пары и малые группы из обучающихся с разным уровнем сформированности умения и наделяем обучающегося, безусловно выполняющего задания, функциями консультанта и эксперта. Как показывает практика, обучающиеся с дефицитом знаний и умений более активно работают в паре, не стесняются задавать вопросы, выяснять суть действий. Работая в паре, они ощущают себя более успешными, и это стимулирует их. Кроме этого, их работа в режиме громкой речи усиливает осознание причинно-следственных связей, способствует более глубокому пониманию метода решения. Эффективность работы по формированию умения повышается.

4.4.6. Примерная последовательность тем ликвидации дефицитов умений

Анализируя точки роста, можно выстроить следующую последовательность тем ликвидации дефицитов умений: «Строим и исследуем простейшие математические модели» → «Решаем уравнения и неравенства» → «Вычисления и преобразования» → «Используем приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни» → «Выполняем действия с функциями». Умение выполнять действия с геометрическими фигурами развиваем в течение всего учебного года на тех уроках, на которых содержанием работы является геометрия.

Последовательность тем ликвидации дефицитов умений может быть и другой. Главное: первая тема должна создать ситуацию успеха для всех, иначе сразу же потеряем часть обучающихся.

Более вероятно, что причинами невысокого результата по базовой математике оказались:

- недостаточный объём дифференцированной работы в классе и ориентация учебного процесса на определённую категорию обучающихся;
- отсутствие индивидуального сопровождения обучающихся, исходя из результатов диагностик, индивидуальных способностей обучающихся, уровня их компетентностей,
- отсутствие отслеживания успешности каждого обучающегося во время учебного процесса с целью погружения его в зону ближайшего развития компетентностей и закрепления навыков работы в зоне актуального развития,
- отсутствие системы повторения изученного.

4.5. Общие рекомендации при организации работы с заданиями ЕГЭ базового уровня

1) в образовательном процессе шире использовать технологию дифференцированного обучения в целях создания условий для организации учебной деятельности в зоне ближайшего развития умений обучающихся, их активизации в образовательном пространстве,

2) на диагностической основе организовать индивидуальное сопровождение обучающихся в целях повышения уровней их успешности,

3) систему повторения отдельных тем и всего курса математики спланировать и реализовать в течение учебного года, начиная с сентября, в целях систематизации знаний и умений, ликвидации дефицитов умений,

4) необходимо организовать отслеживание успешности каждого обучающегося во время учебного процесса с целью погружения его в зону ближайшего развития компетентностей и закрепления навыков работы в зоне

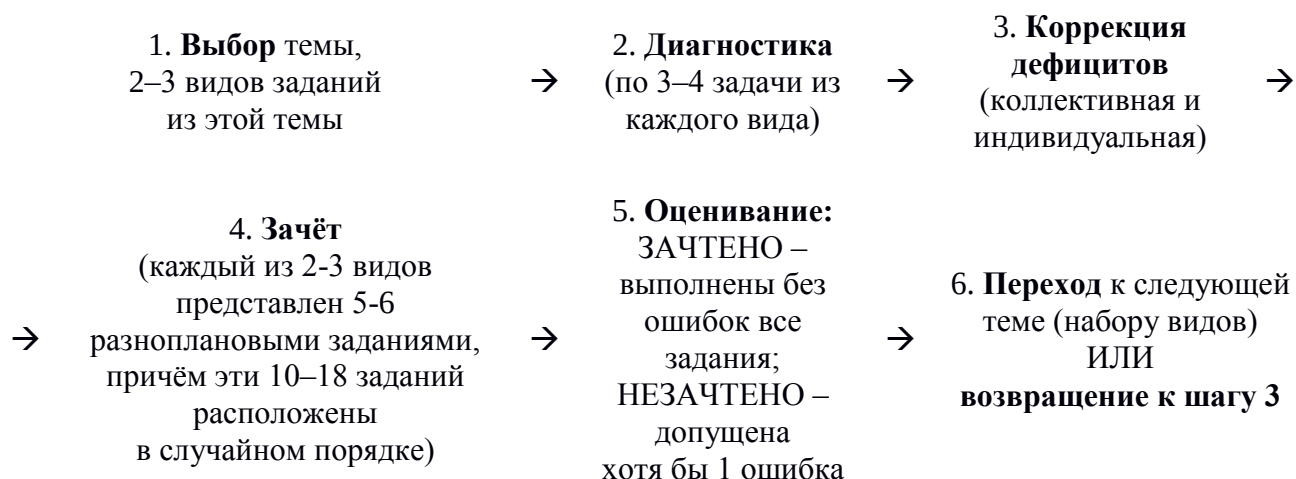
актуального развития. Средством может являться Лист успешности обучающегося. Ситуация успеха, отражённая в Листе успешности, стимулирует обучающегося, мотивирует его к активному участию в образовательном процессе.

Обучающийся, не ощущающий успех от результатов учебного труда, теряет интерес к обучению, прекращает трудиться, начинает списывать или игнорировать работу.

Как показал анализ результатов ЕГЭ 2022, метапредметные умения участников экзамена по базовой математике недостаточно сформированы. В меньшей степени сформированы умения выбирать способ действия, перерабатывать информацию (разбивать на части, дополнять её собственными умозаключениями, интегрировать информацию нескольких частей, переформулировать), выделять существенные признаки (главное). На высоком уровне сформированности только одно умение: сопоставлять информацию. Рекомендации для повышения уровня сформированности метапредметных умений выпускников, выбирающих базовую математику, такие же, как и для повышения метапредметных умений выпускников, выбирающих в 2023 году профильную математику (они адресованы учителю математики, сформулированы в разделе «Профильная математика»).

5. Систематизация рекомендаций по совершенствованию организации и методики преподавания предмета в Смоленской области на основе выявленных типичных затруднений и ошибок

1. Умения решать задачи базового уровня из открытого банка подготовки должны быть зоной особого внимания со стороны педагога. Вот один из способов действий педагога для достижения высоких результатов сформированности умения на базовом уровне (это цель, которую осознаёт педагог и создаёт предпосылки для формулирования цели обучающимися):



Например, тему «Геометрия на плоскости (базовый уровень)» можно разбить на следующие единицы по 2–3 вида заданий:

- 1) Решение прямоугольных треугольников. Решение равнобедренного треугольника. Треугольники общего вида.
- 2) Параллелограммы. Трапеции.
- 3) Центральные и вписанные углы. Касательная, хорда, секущая.
- 4) Вписанные окружности. Описанные окружности.

Во время зачёта (как и на ЕГЭ) обучающийся должен правильно определить видовые признаки задания и спланировать правильный способ действий, получить ответ. Исходя из целей этой педагогической работы, оценку «зачтено» разумно поставить только в том случае, если все задания выполнены правильно (100% выполнения). При наличии хотя бы одной ошибки нужно повторно организовать коррекцию знаний и умений с последующим сопровождением по изложенному выше алгоритму. Натаскивание? А вот это зависит от содержания педагогической поддержки. Если в первую очередь формируется предметное умение, то «да» (и вряд ли работа педагога окажется эффективной на экзамене, потому что при таком подходе участник ЕГЭ будет сосредоточен на мысли: «Как мы это делали?» и, что вполне возможно, не вспомнит, задание не выполнит). Если работа по формированию умения строится на метапредметных умениях и знании теоретических фактов, то и на экзамене участник построит те же метапредметные цепочки и выполнит задание при условии безупречных теоретических знаний (ответ на сформулированный вопрос: «Нет»).

2. Следует уделить внимание технике работы обучающихся с условием геометрической задачи и рекомендовать им многократное осмысленное прочтение условия:

шаг 1. Прочтение całego текста с целью выявления главной особенности заданной фигуры (например, равнобедренный треугольник, прямоугольная трапеция и т. т.),

шаг 2. Изображение заданной фигуры на чертеже и повторное последовательное фрагментарное прочтение условия задачи с параллельной работой на чертеже по каждому фрагменту,

шаг 3. Прочтение całego текста с параллельным контролем и уточнением деталей на чертеже.

Только после того, как установлено полное соответствие чертежа и осознанного восприятия заданной информации условию задачи, следует приступать к её решению.

3. Работая с геометрическим материалом, следует уделить внимание развитию умения

- узнавать геометрические фигуры на чертеже и создавать теоретические ассоциативные связи,

- из целого выделить часть на геометрическом чертеже и исследовать геометрические характеристики выделенного объекта,

- переходить от одного геометрического объекта к другому по мере расширения объёма информации,

- строить логические цепочки в задачах с геометрическим содержанием,

- в задачах с кратким ответом оформлять решение задачи на чертеже, сокращая затраты времени.

4. Более вероятная причина отрицательной динамики в формировании умения выполнять действия с геометрическими фигурами – это достаточно редкая работа с геометрическим материалом из изученных ранее тем, отсутствие регулярной, систематической работы по повторению геометрии. Изменить положение дел несложно.

5. Создавая условия для формирования знаний и умений, нужно сверять содержательную линию УМК со стандартом, проверяемым ГИА. В случае необходимости требуется дополнить содержание задачника заданиями из демоверсии и тренировочной базы.

6. Нужно отказаться от выполнения большого количества однотипных заданий, стремиться разнообразить задания, увеличить долю заданий с ограничениями (в том числе, и вытекающими из смысла задачи), тем самым создавая предпосылки для умения перерабатывать информацию, умения мыслить критически, творчески, развития математического стиля мышления, метапредметных умений.

7. Как показывают результаты ЕГЭ по математике, в сознании обучающихся преобладает формальная математика над смысловой. Один из способов формирования осознанного применения знаний и умений при работе с уравнениями, неравенствами – это:

(шаг 1) перестановка в последовательности прохождения тем. Тему «Равносильность уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств» изучить в самом начале 10 класса (независимо от УМК, вплоть до переноса из курса 11 класса в курс 10-го),

(шаг 2) введение знака равносильности в содержание обучения (при решении уравнений всех типов и видов, решении неравенств и систем на протяжении всего остального курса обучения в 10-м и 11-м классах). При этом постановка каждого знака равносильности (или невозможность постановки знака) должна быть устно объяснена выполняющим задание.

Помним правило «Исключительная, классическая строгость любых математических преобразований на уроках математики».

8. 1) Решать текстовые задачи нужно чаще (хотя бы раз в неделю включать в домашнее задание как элемент повторения содержания курса математики и для закрепления приобретённых навыков действий для решения задач),

2) обсуждая решение задачи, нужно обращать внимание на смысловую нагрузку математических выражений, причину умозаключений, в том числе и при составлении уравнения,

3) нужно обращать внимание на технику решения уравнения (не допускать получение верного ответа любой ценой, лишь бы сократить затраты времени).

Тождественность преобразований должна присутствовать в работе постоянно, а не от случая к случаю.

9. Прототипы задач нужно чаще включать в домашние задания как элементы закрепления приобретённых навыков.

Памятка для учителя

■ Необходимо использовать образовательное пространство урока для развития у обучающихся метапредметных умений. Овладение метапредметными умениями в конечном итоге ведёт к формированию способности успешно осваивать новые знания и компетентности, создаёт условия для формирования предметных умений высокого уровня. Следует обратить внимание на формирование

- основ теоретического мышления (определение понятий, систематизацию, классификацию, доказательство, обобщение),
- навыков переработки информации (анализ, синтез, интерпретация, оценка, аргументирование),
- критического мышления (сопоставление фактов, установление логического несоответствия, проверка полученного в решении результата на правдоподобие и т.д.),
- творческого мышления (нахождение альтернативного решения, совмещение традиционных и новых способов деятельности, перенос действий в новую область и т.д.)
- регулятивных умений (ставить вопросы, формулировать гипотезы, определять цели, планировать, выбирать способ действия, контролировать, анализировать и корректировать свою деятельность),
- главных качеств мышления (диалектичность, гибкость и т.д.).

■ Создавая условия для формирования знаний и умений, нужно сверять содержательную линию УМК со стандартом, проверяемым ГИА. В случае необходимости дополнить содержание задачника заданиями из демоверсии и

тренировочной базы.

- В 10–11 классах с самого начала учебного года необходимо организовать систематический курс повторения математики параллельно с изучением нового содержания.

- Имеет смысл продумать календарно-тематическое планирование так, чтобы к концу февраля завершить изучение нового содержания и формирование новых умений. Остальное учебное время направить на тематическое повторение курса математики.

- Умения из зоны актуального развития нужно достаточно регулярно поддерживать и развивать, постепенно обращая их в навыки, а затем в компетентности.

- Ключевой проблемой в решении задачи повышения эффективности и качества учебного процесса по математике является активизация деятельности обучающихся за счет значительного увеличения активных форм работы, направленных на вовлечение обучающихся в математическую деятельность; на обеспечение понимания ими математического материала; приобретение практических навыков; умений проводить рассуждения, доказательства.

- На протяжении всего курса через систему упражнений необходимо поддерживать и развивать вычислительные навыки.

- При проведении занятий необходимо включать задания практической направленности, так как это способствует пониманию роли математики в мире.

- На этапе формирования новых знаний и умений идти от самых истоков, устанавливать информацию на основе причинно-следственных связей, а также, добиваться осознания содержания деятельности и её зависимости от причин. Важно, чтобы обучающийся понимал причины выбора способов деятельности и правильно, осознанно применял теоретические положения.

- Не исключать из контроля сформированности знаний и умений доказательства теорем на уроках с геометрическим содержанием.

- Не игнорировать на уроках этап, с которого должно начинаться решение любой математической задачи – этап анализа исходных данных. В тригонометрии это особенно важно. Именно анализ исходных данных позволяет выбрать наиболее эффективный способ действий.

- Не забывать, что смысл обучения решению задач состоит в том, чтобы в результате обучающиеся могли решать задачи, не встречавшиеся им ранее. Поэтому, систему следует создавать из методов решения, а при организации контроля за результатами обучения следует брать задачи, отличные от тех задач, которые уже рассматривали.

- Никогда не отступать от правила: «Исключительная, классическая строгость любых математических преобразований на уроках математики.

Тождественность преобразований должна стать фундаментом любого действия ученика при работе с математическими объектами».

6. Список учебных пособий для подготовки обучающихся к ЕГЭ по математике

1. Гордин Р. К. ЕГЭ 2020. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / Под редакцией И. В. Ященко. – Москва : МЦНМО, 2020. – 272. – Текст : непосредственный. (Издание соответствует ФГОС).
2. Шестаков С. А. ЕГЭ 2022. Математика. Задачи с параметром. Задача 17 (профильный уровень) / Под редакцией И. В. Ященко. – Москва : МЦНМО, 2022. – 288. – Текст : непосредственный. (Издание соответствует ФГОС).
3. Шестаков С. А., Ященко И. В. Я сдам ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Практикум и диагностика + Ключи, ответы – Москва : Просвещение, 2017. – 384. – Текст : непосредственный.
4. Шестаков С. А., Ященко И. В. Я сдам ЕГЭ. Математика. Базовый уровень. Практикум и диагностика + Ключи, ответы – Москва : Просвещение, 2017. – 335. – Текст : непосредственный.
5. Шестаков С. А., Ященко И. В. Я сдам ЕГЭ! Математика. Профильный уровень. Практикум, ключи и ответы (в трёх частях) – Москва : Просвещение, 2018. – Текст : непосредственный.
6. Ященко И. В., Шестаков С. А. Я сдам ЕГЭ! Математика. Базовый уровень. Практикум, ключи и ответы (в трёх частях) – Москва : Просвещение, 2018. – Текст : непосредственный.
7. Ященко И. В. 36 вариантов ЕГЭ по математике. Профильный уровень – Москва : Национальное образование, 2023. – Текст : непосредственный.

Для заметок

Авторы-составители:

Карамулина И.В.,
Панина Н.А.,

**Подготовка обучающихся к итоговой
государственной аттестации 2023**

Пособие для учителя математики

Подписано в печать 14.03.2023 г. Бумага офсетная.
Формат 60х84/16. Гарнитура «Times New Roman».
Печать лазерная. Усл. печ. л. 2
Тираж 100 экз.

ГАУ ДПО СОИРО
214000, г. Смоленск, ул. Октябрьской революции, 20а

