

**Актуальные вопросы  
преподавания математики  
в условиях обновленных  
ФГОС ООО и ФГОС СОО:  
функциональная  
зависимость**

# Изучение понятия функции в 7 классе

|    |                                                            |   |
|----|------------------------------------------------------------|---|
| 80 | Примеры графиков, заданных формулами                       | 1 |
| 81 | Примеры графиков, заданных формулами                       | 1 |
| 82 | Примеры графиков, заданных формулами                       | 1 |
| 83 | Примеры графиков, заданных формулами                       | 1 |
| 84 | Чтение графиков реальных зависимостей                      | 1 |
| 85 | Чтение графиков реальных зависимостей                      | 1 |
| 86 | Понятие функции                                            | 1 |
| 87 | График функции                                             | 1 |
| 88 | Свойства функций                                           | 1 |
| 89 | Свойства функций                                           | 1 |
| 90 | Линейная функция                                           | 1 |
| 91 | Линейная функция                                           | 1 |
| 92 | Построение графика линейной функции                        | 1 |
| 93 | Построение графика линейной функции                        | 1 |
| 94 | Контрольная работа по теме "Координаты и графики. Функции" | 1 |

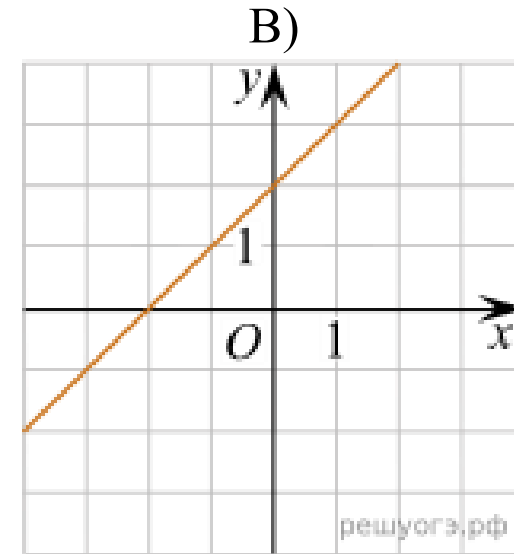
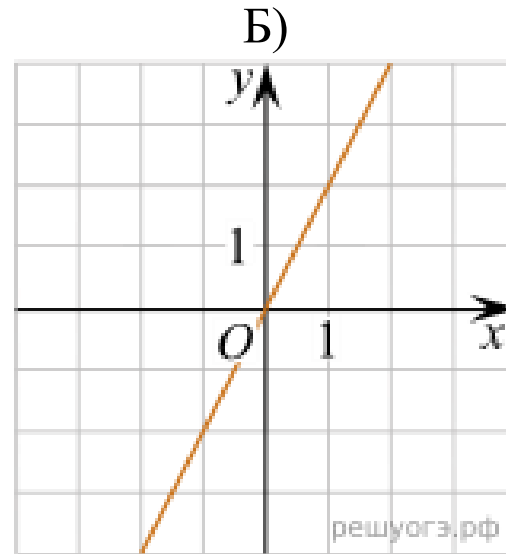
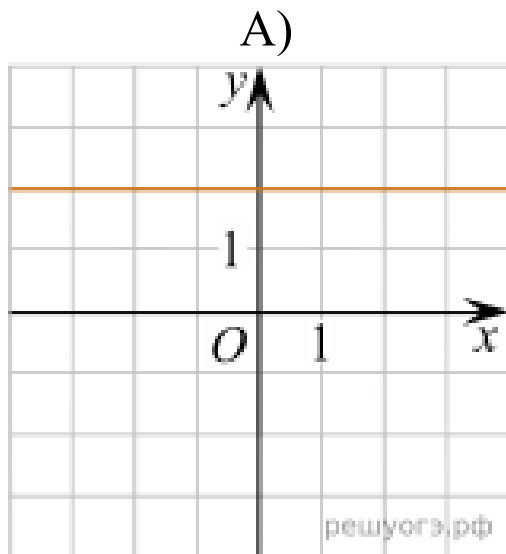
## Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы (7 класс)

|            |                                                                                                                                    |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>4</b>   | <b>Координаты и графики. Функции</b>                                                                                               |
| <b>4.1</b> | <b>Координата точки на прямой</b>                                                                                                  |
| <b>4.2</b> | <b>Числовые промежутки. Расстояние между двумя точками координатной прямой</b>                                                     |
| <b>4.3</b> | <b>Прямоугольная система координат, оси <math>Ox</math> и <math>Oy</math>. Абсцисса и ордината точки на координатной плоскости</b> |
| <b>4.4</b> | <b>Примеры графиков, заданных формулами. Чтение графиков реальных зависимостей</b>                                                 |
| <b>4.5</b> | <b>Понятие функции. График функции. Свойства функций</b>                                                                           |
| <b>4.6</b> | <b>Линейная функция, ее график. График функции <math>y =  x </math></b>                                                            |
| <b>4.7</b> | <b>Графическое решение линейных уравнений и систем линейных уравнений</b>                                                          |

# Задание 11

## основного государственного экзамена (ОБЭ)

1. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1)  $y = 2x$
- 2)  $y = -2x$
- 3)  $y = x + 2$
- 4)  $y = 2$

2. Установите соответствие между функциями и их графиками.

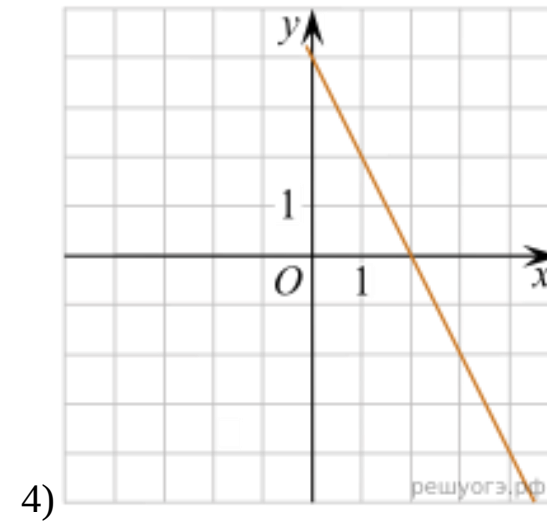
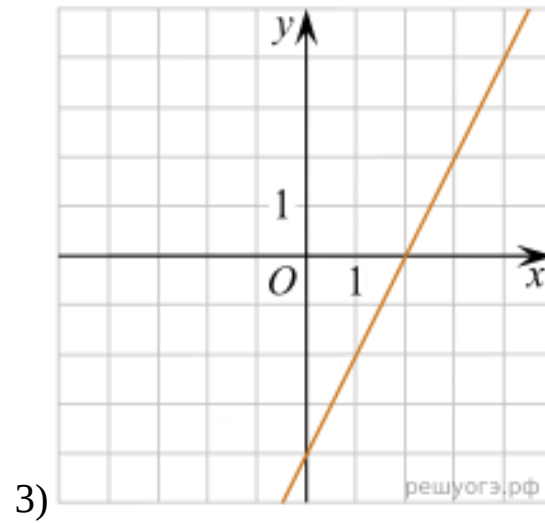
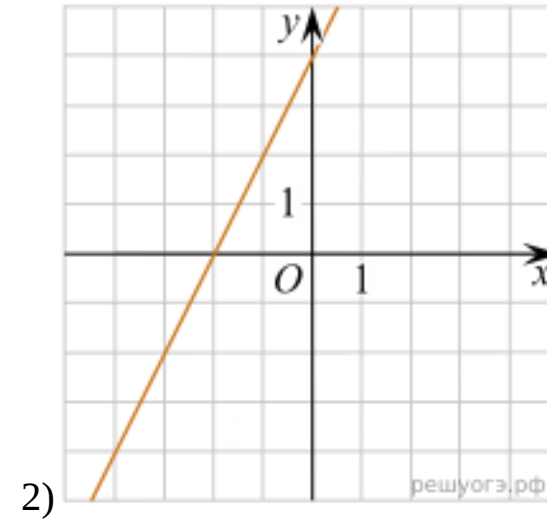
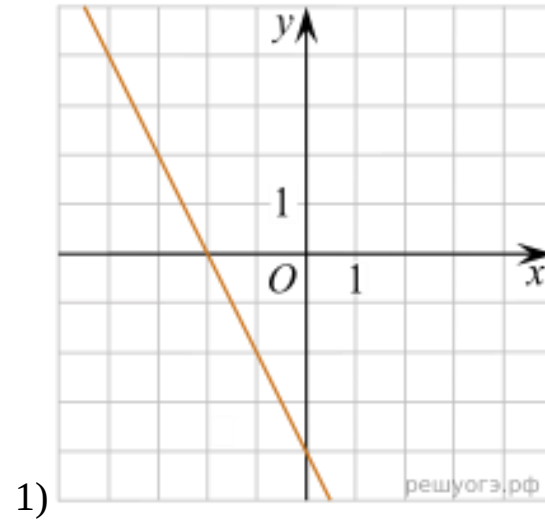
**Функции**

A)  $y = -2x + 4$

Б)  $y = 2x - 4$

В)  $y = 2x + 4$

**Графики**



# Изучение понятия функции в 8 классе

|    |                                                                                                               |   |
|----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 83 | Понятие функции                                                                                               | 1 |
| 84 | Область определения и множество значений функции                                                              | 1 |
| 85 | Способы задания функций                                                                                       | 1 |
| 86 | График функции                                                                                                | 1 |
| 87 | Свойства функции, их отображение на графике                                                                   | 1 |
| 88 | Чтение и построение графиков функций                                                                          | 1 |
| 89 | Примеры графиков функций, отражающих реальные процессы                                                        | 1 |
| 90 | Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональные зависимости, их графики                               | 1 |
| 91 | Гипербола                                                                                                     | 1 |
| 92 | Гипербола                                                                                                     | 1 |
| 93 | График функции $y = x^2$                                                                                      | 1 |
| 94 | График функции $y = x^2$                                                                                      | 1 |
| 95 | Функции $y = x^2$ , $y = x^3$ , $y = \sqrt{x}$ , $y =  x $ ; графическое решение уравнений и систем уравнений | 1 |
| 96 | Итоговая контрольная работа/Всероссийская проверочная работа                                                  | 1 |

# Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы 8 класса

| 4   | Функции                                                                                                                                                                                  |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 4.1 | Понимать и использовать функциональные понятия и язык (термины, символические обозначения), определять значение функции по значению аргумента, определять свойства функции по ее графику |
| 4.2 | Строить графики элементарных функций вида: $y = x^2$ , $y = x^3$ , $y =  x $ , $y = \frac{k}{x}$ описывать свойства числовой функции по ее графику                                       |

# Задание 11

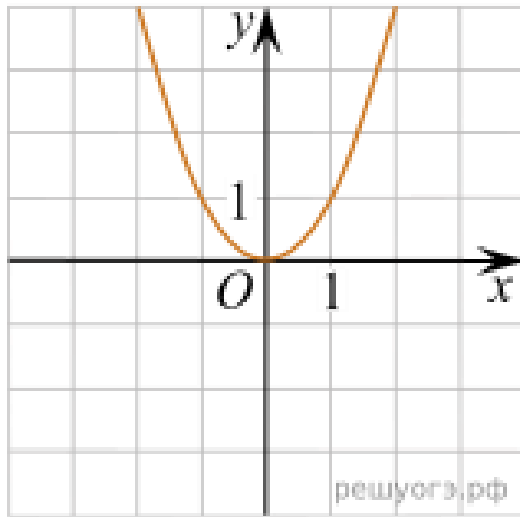
## основного государственного экзамена (ОБЗ)

1. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

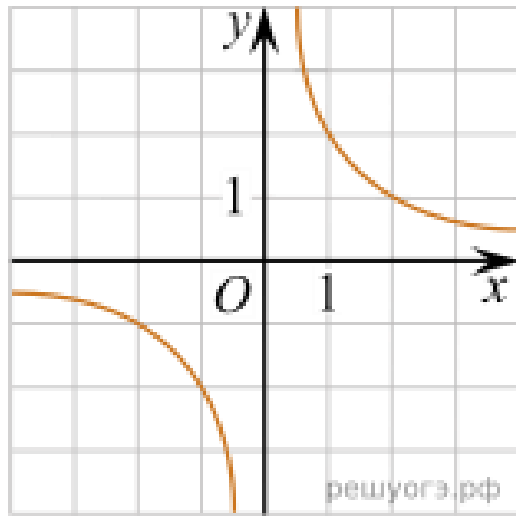
ФУНКЦИИ

1)  $y = x^2$       2)  $y = \frac{x}{2}$       3)  $y = \sqrt{x}$       4)  $y = \frac{2}{x}$

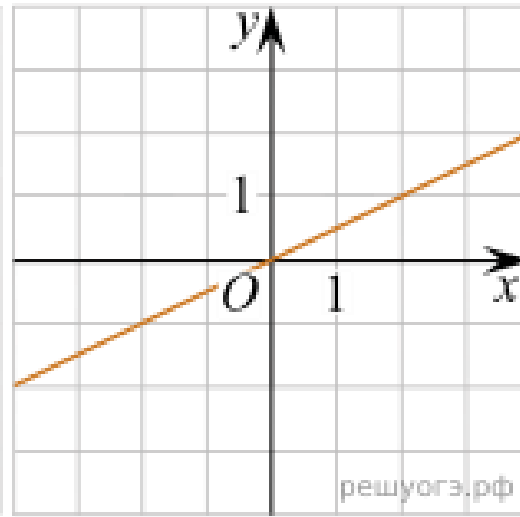
ГРАФИКИ



А)



Б)



В)

2. Установите соответствие между функциями и их графиками.

### ФУНКЦИИ

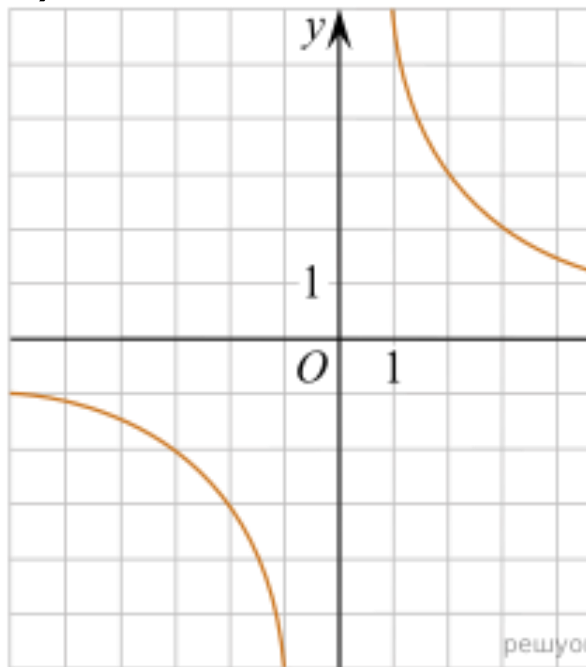
А)  $y = -\frac{1}{6x}$

Б)  $y = -\frac{6}{x}$

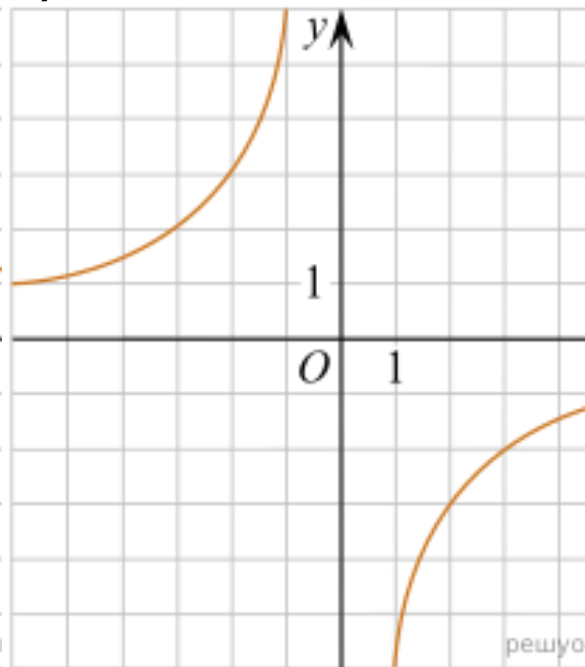
В)  $y = \frac{6}{x}$

### ГРАФИКИ

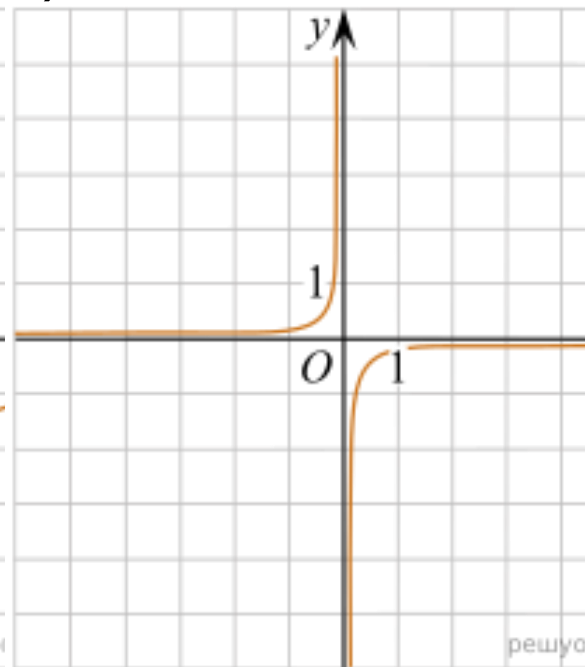
1)



2)



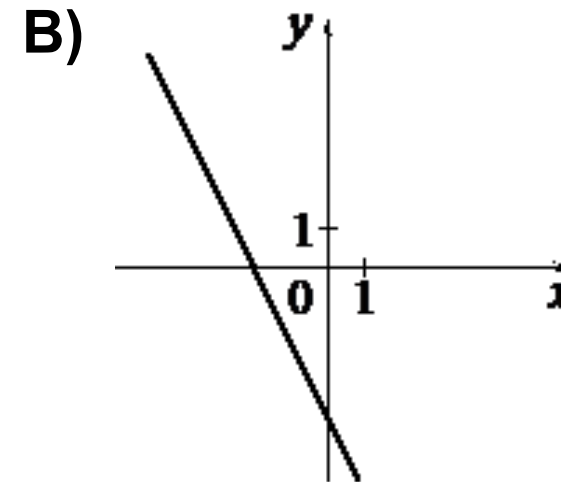
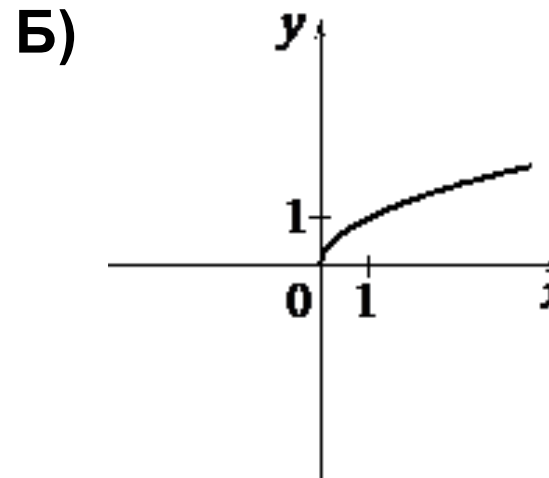
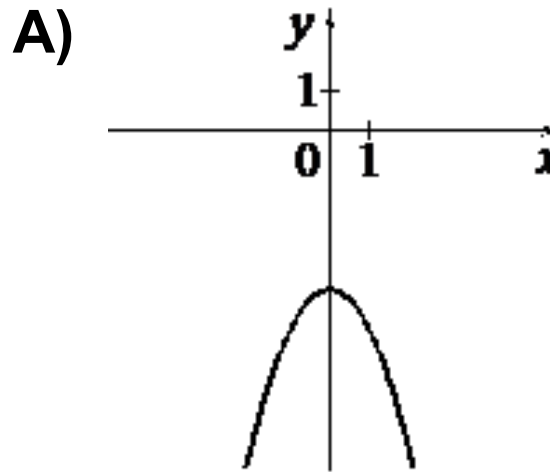
3)



### 3. Установите соответствие и впишите ответ.

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

#### ГРАФИКИ



#### ФОРМУЛЫ

1)  $y = -x^2 - 4$

2)  $y = -2x - 4$

3)  $y = \sqrt{x}$

# Изучение понятия функции в 9 классе

|       |                                                                                         |   |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 54    | Квадратичная функция, её график и свойства                                              | 1 |
| 55    | Квадратичная функция, её график и свойства                                              | 1 |
| 56    | Квадратичная функция, её график и свойства                                              | 1 |
| 57-62 | Парабола, координаты вершины параболы, ось симметрии параболы                           | 6 |
| 63-68 | Графики функций: $y = kx$ , $y = kx + b$ , $y = k/x$ , $y = x^3$ , $y = vx$ , $y =  x $ | 6 |
| 69    | Контрольная работа по теме "Функции"                                                    | 1 |

# Проверяемые требования к результатам освоения основной образовательной программы 9 класса

| 3   | Функции                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.1 | Распознавать функции изученных видов. Показывать схематически расположение на координатной плоскости графиков функций вида: $y = kx$ , $y = kx + b$ , , $y = ax^2 + bx + c$ в зависимости от значений коэффициентов, описывать свойства функций |
| 3.2 | Показывать схематически расположение на координатной плоскости графиков функций вида , $y =  x $ и описывать свойства функций                                                                                                                   |
| 3.3 | Строить и изображать схематически графики квадратичных функций, описывать свойства квадратичных функций по их графикам                                                                                                                          |
| 3.4 | Распознавать квадратичную функцию по формуле, приводить примеры квадратичных функций из реальной жизни, физики, геометрии                                                                                                                       |

# Проверяемые на ОГЭ по математике требования к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования

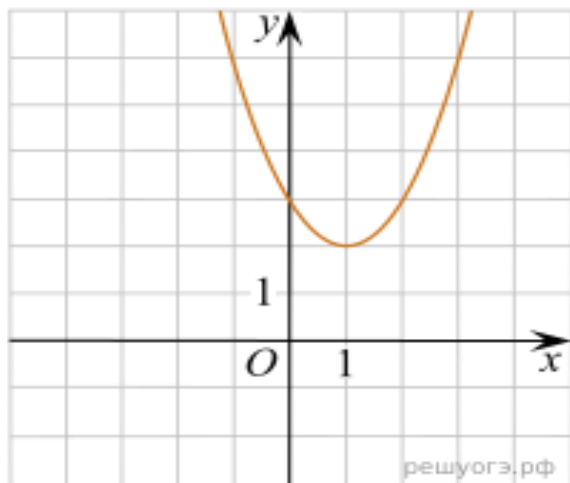
- |   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 6 | Умение оперировать понятиями: функция, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, промежутки возрастания, убывания, наибольшее и наименьшее значения функции; умение оперировать понятиями: прямая пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, обратная пропорциональность, парабола, гиперболоа; умение строить графики функций, использовать графики для определения свойств процессов и зависимостей, для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни; умение выражать формулами зависимости между величинами |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

# Задание 11

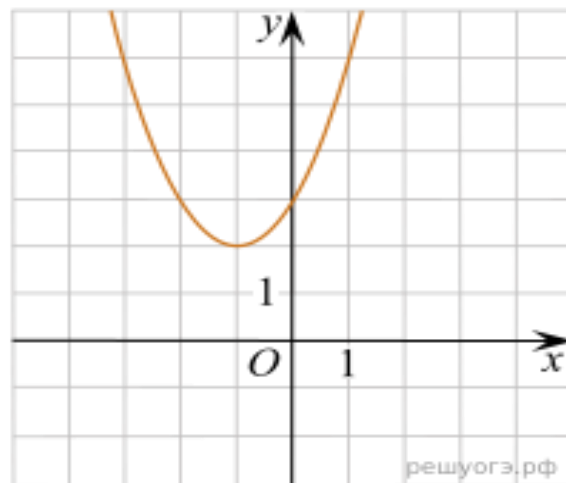
## основного государственного экзамена (ОБЗ)

1. На одном из рисунков изображен график функции  $y = x^2 - 2x + 3$ . Укажите номер этого рисунка.

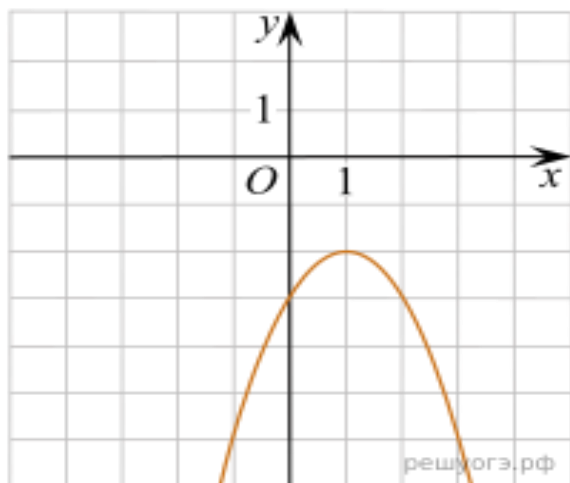
1)



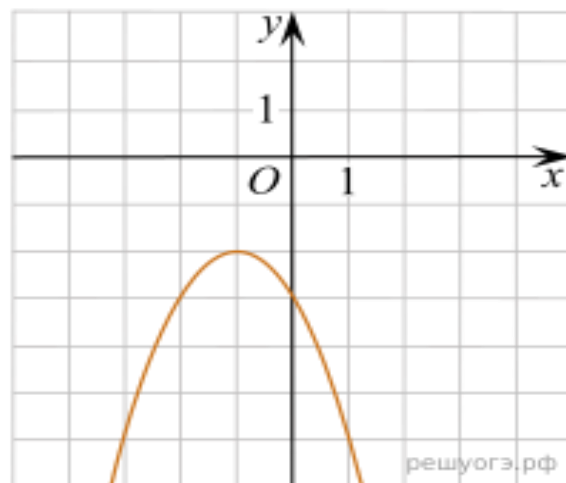
2)



3)



4)



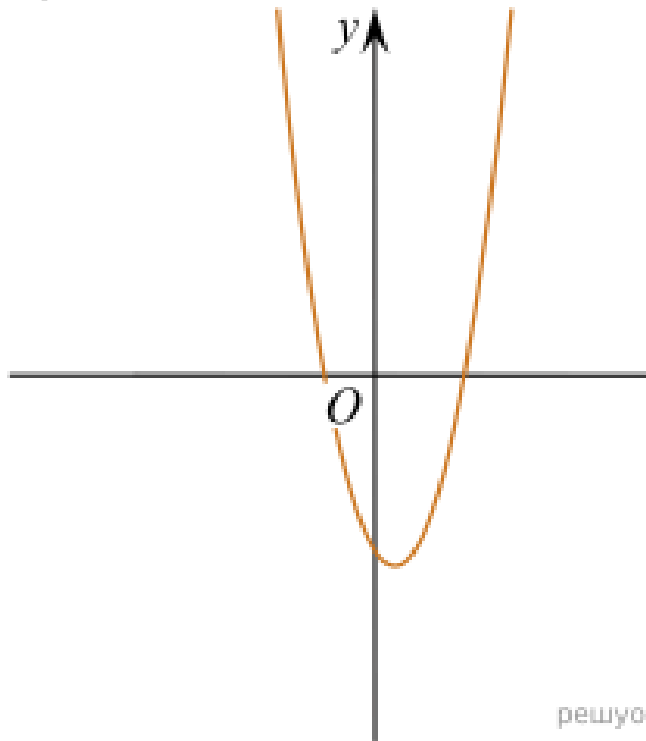
2. На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

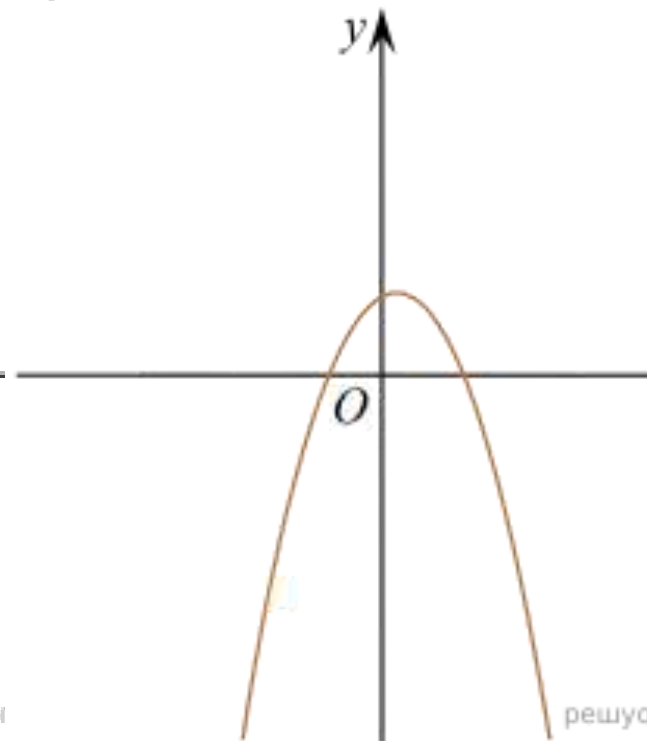
А)  $a < 0, c > 0$     Б)  $a > 0, c > 0$     В)  $a > 0, c < 0$

**ГРАФИКИ**

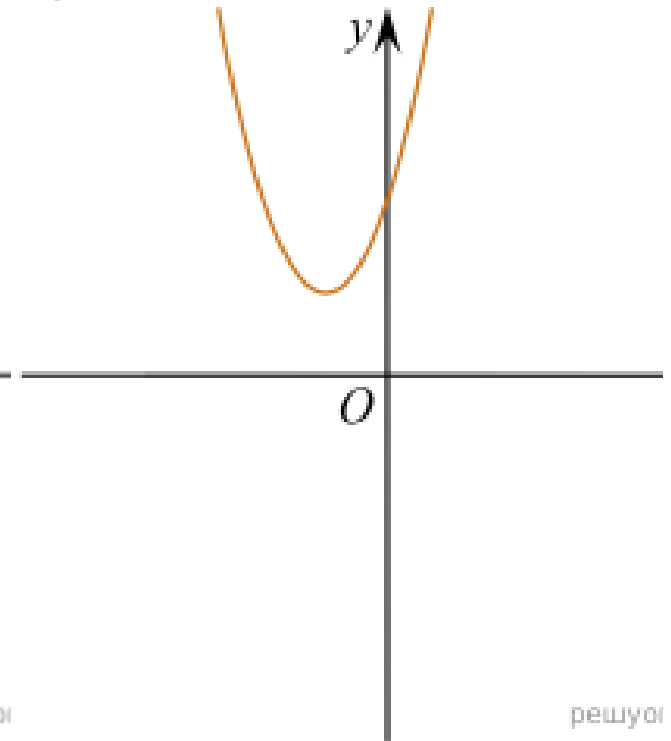
1)



2)



3)



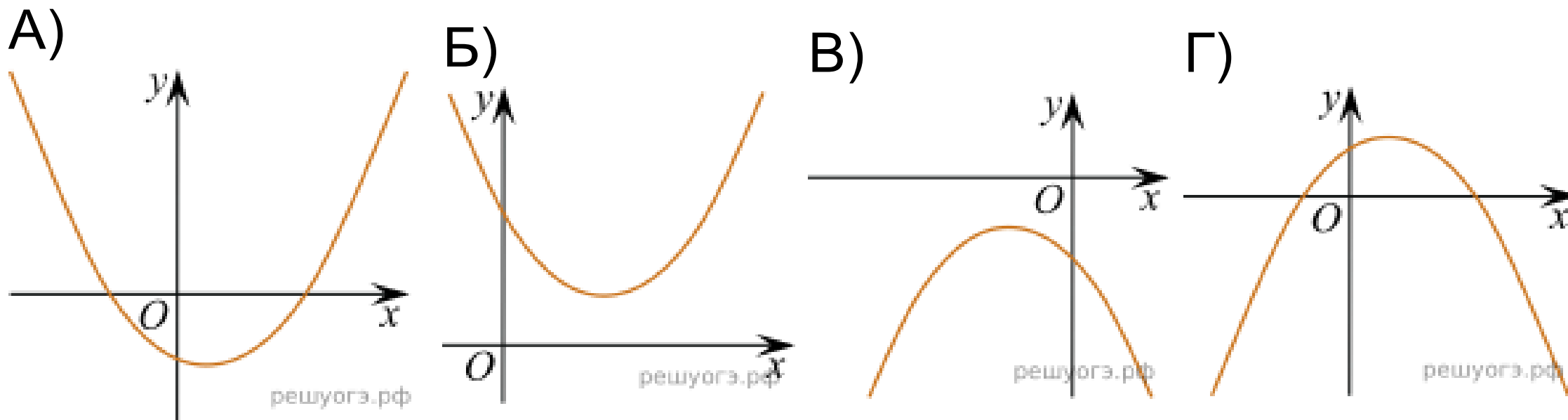
решуо

решуо

решуо

3. На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Для каждого графика укажите соответствующие ему значения коэффициента  $a$  и дискриминанта  $D$ .

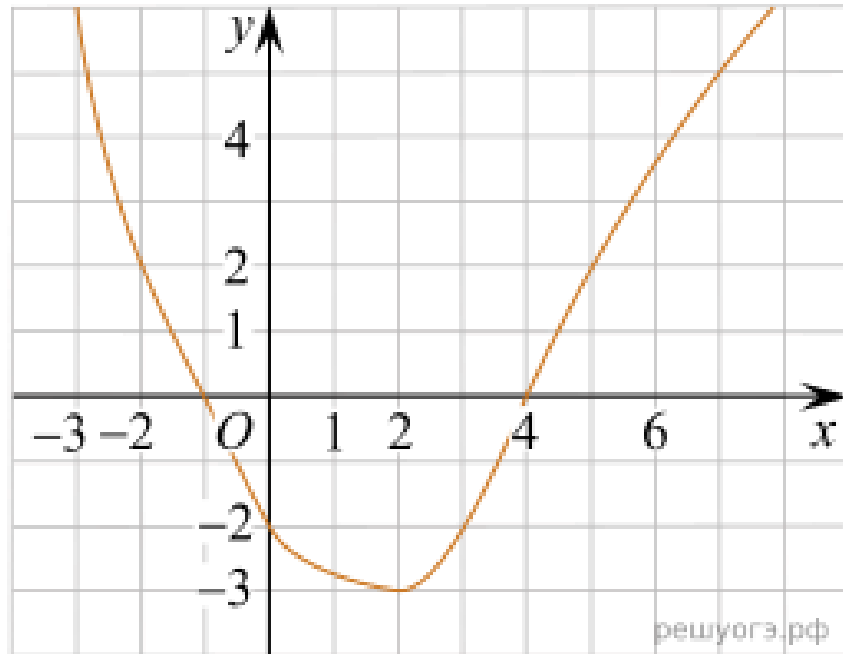
### Графики



### Знаки чисел

1)  $a > 0, D > 0$  2)  $a > 0, D < 0$  3)  $a < 0, D > 0$  4)  $a < 0, D < 0$

4. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Какие из утверждений относительно этой функции неверны? Укажите их номера.



- 1) функция возрастает на промежутке  $[-2; +\infty)$
- 2)  $f(3) > f(-3)$
- 3)  $f(0) = -2$
- 4) прямая  $y = 2$  пересекает график в точках  $(-2; 2)$  и  $(5; 2)$

# Задание 22

## основного государственного экзамена (ОБЗ)

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 6x + 7 & \text{при } x \geq -4, \\ x + 10 & \text{при } x < -4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

**i** Номер: 90FF4E ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ИЗМЕНИТЬ СТАТУС

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции  $y = x^2 + 14x - 3|x + 8| + 48$  и определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно три общие точки.

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \frac{(0,5x^2 + x) \cdot |x|}{x + 2}.$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y=m$  не имеет с графиком ни одной общей точки

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{2 - x}.$$

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

i

Номер: DF7E4D



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = |x^2 + 5x + 6|.$$

Какое наибольшее число общих точек может иметь график данной функции с прямой, параллельной оси абсцисс?

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 3x - 3 & \text{при } x < 2, \\ -3x + 8,5 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ 3,5x - 11 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно две общие точки.

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

Дайте развернутый ответ.

Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{6} - \frac{6}{x} \right| + \frac{x}{6} + \frac{6}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях  $t$  прямая  $y = t$  имеет с графиком ровно одну об

# Изучение понятия функции в 10 классе

## Функции и графики (20ч.)

- Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.
- Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.
- Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.
- Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.
- Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.
- Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.
- Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

## Начала математического анализа (20ч.)

- Последовательности, способы задания последовательностей. Метод математической индукции. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.
- Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Линейный и экспоненциальный рост. Число  $e$ . Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера.
- Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.
- Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.
- Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

# Изучение понятия функции в 11 классе

## **Функции и графики**

- График композиции функций. Геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости.
- Тригонометрические функции, их свойства и графики.
- Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.
- Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

## **Начала математического анализа**

- Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.
- Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.
- Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.
- Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.
- Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.
- Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

# Проверяемые на ЕГЭ по математике требования к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования

- Умение оперировать понятиями: функция, чётность функции, периодичность функции, ограниченность функции, монотонность функции, экстремум функции, наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке, непрерывная функция, асимптоты графика функции, первая и вторая производная функции, геометрический и физический смысл производной, первообразная, определённый интеграл; умение находить асимптоты графика функции; умение вычислять производные суммы, произведения, частного и композиции функций, находить уравнение касательной к графику функции; умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций; строить графики многочленов с использованием аппарата математического анализа; применять производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических и физических задачах; находить площади и объёмы фигур с помощью интеграла; приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений.

## **Проверяемые на ЕГЭ по математике требования к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования**

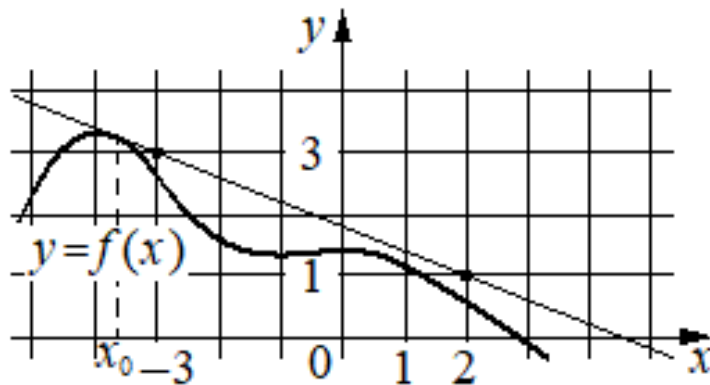
- Умение оперировать понятиями: график функции, обратная функция, композиция функций, линейная функция, квадратичная функция, рациональная функция, степенная функция, тригонометрические функции, обратные тригонометрические функции, показательная и логарифмическая функции; умение строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков функций, использовать графики для изучения процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций для решения уравнений, неравенств и задач с параметрами; изображать на координатной плоскости множества решений уравнений, неравенств и их систем.

# Задание 7

## единого государственного экзамена (ОБЗ)

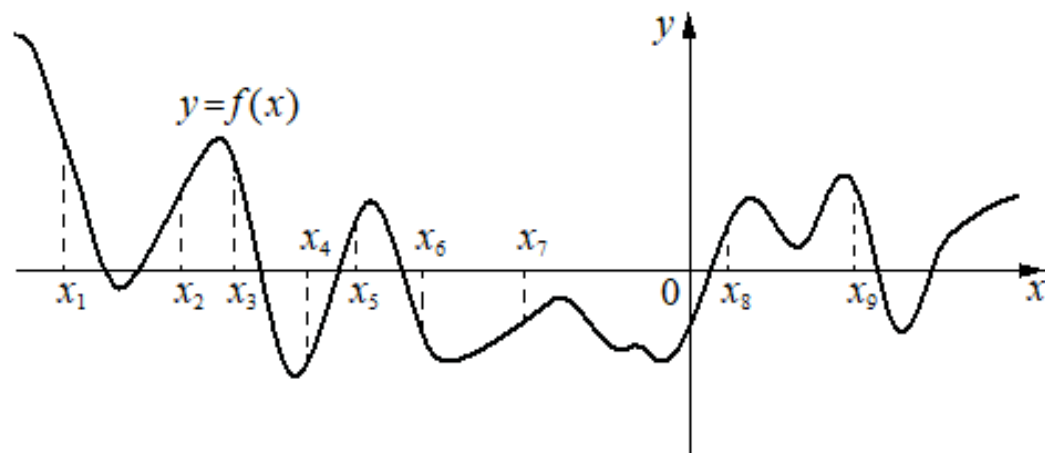
Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



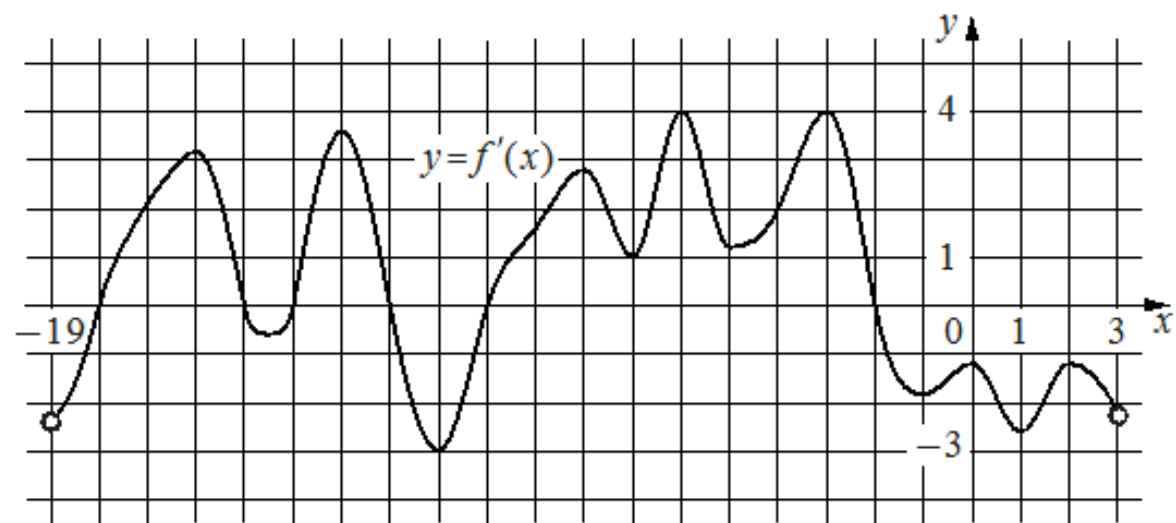
Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



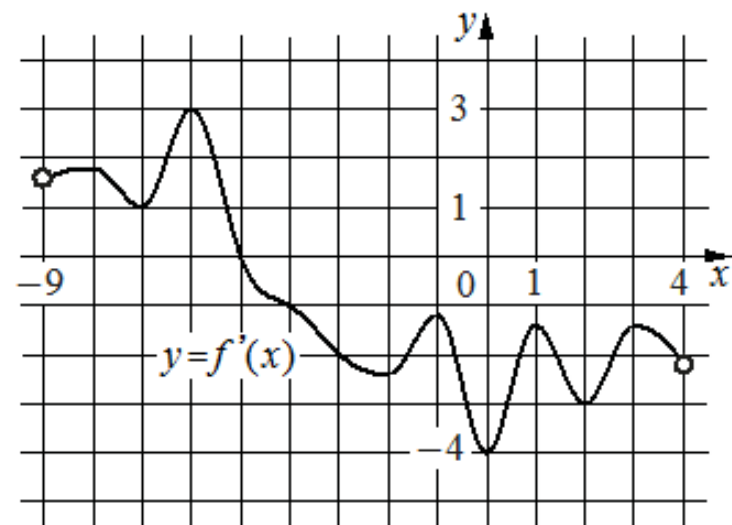
Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-19; 3)$ . Найдите количество точек экстремума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-17; -4]$ .



Впишите правильный ответ.

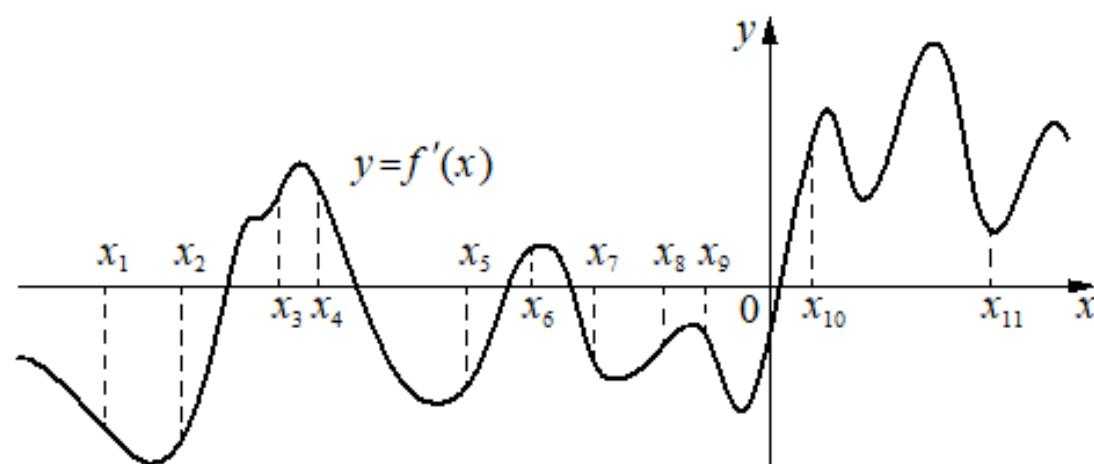
На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ .

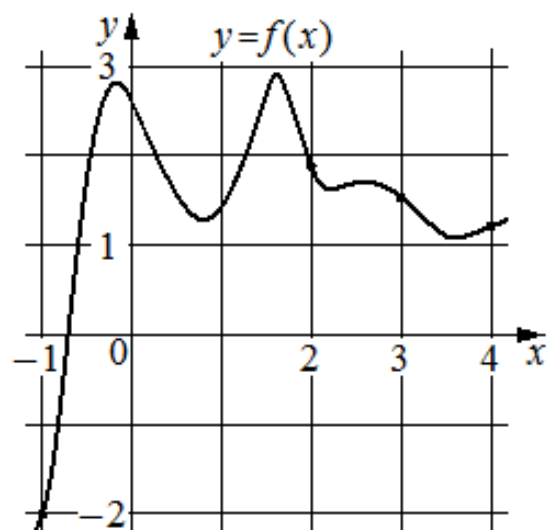
На оси абсцисс отмечено одиннадцать точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции  $f(x)$ ?



Впишите правильный ответ.

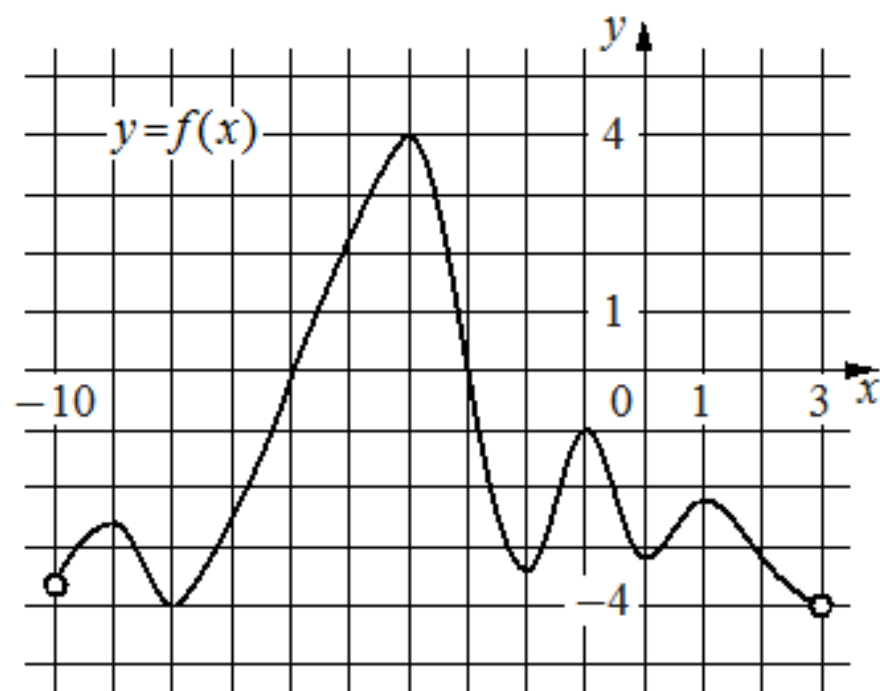
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены точки  $-1, 2, 3, 4$ . В какой из этих точек значение производной наибольшее?

В ответе укажите эту точку.



Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 3)$ . Найдите количество корней уравнения  $f'(x) = 0$ , принадлежащих отрезку  $[-7; 2]$ .

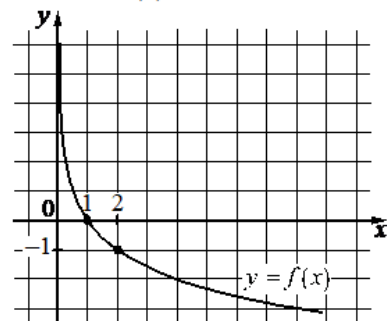


# Задание 11

## единого государственного экзамена (ОБЗ)

Впишите правильный ответ.

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(8)$ .



i

Номер: DA4F4F

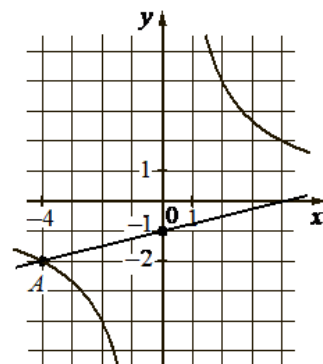


Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

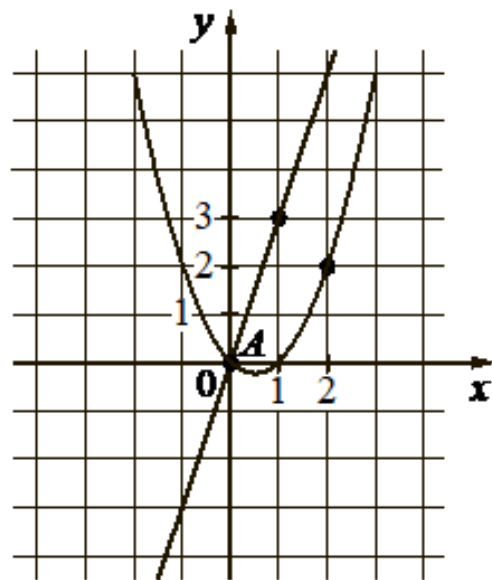
Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



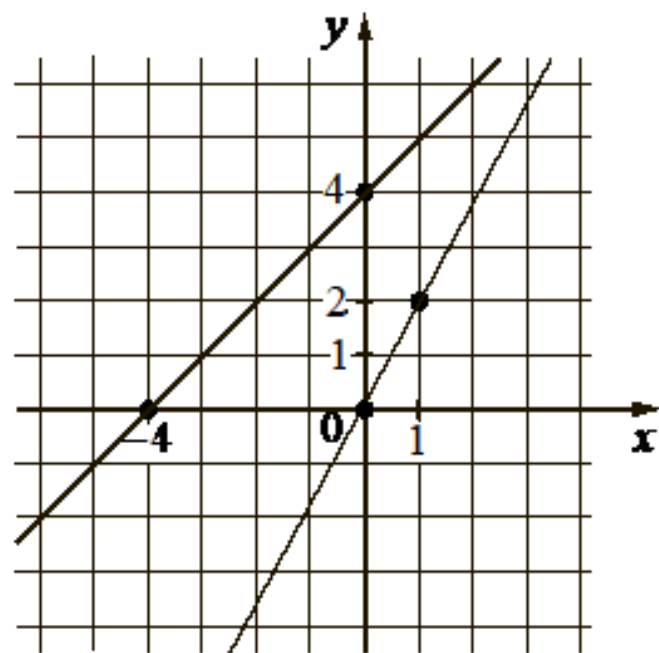
Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Впишите правильный ответ.

На рисунке изображены графики двух линейных функций, пересекающиеся в точке  $A$ . Найдите абсциссу точки  $A$ .



# Задание 12

## единого государственного экзамена (ОБЗ)

Впишите правильный ответ.

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 10 \cos x - 14x + 5$$

на отрезке  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

i

Номер: 277247



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

Впишите правильный ответ.

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(x + 9)^5 - 5x$$

на отрезке  $[-8,5; 0]$ .

Впишите правильный ответ.

Найдите точку максимума функции  $y = x^3 + 14x^2 + 49x + 8$ .

i

Номер: 6310FE



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

Впишите правильный ответ.

Найдите точку минимума функции  $y = (7 - x) \cdot e^{7-x}$ .

**Впишите правильный ответ.**

Найдите точку минимума функции  $y = x\sqrt{x} - 3x + 17$ .

---

**i**

**Номер: 27АСВ1**

Статус задания: **НЕ РЕШЕНО**

**Впишите правильный ответ.**

Найдите точку максимума функции  $y = \ln(x - 7) - 2x - 3$ .

# Задание 16

## единого государственного экзамена (ОБЗ)

Дайте развернутый ответ.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года

в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии

со следующей таблицей.

| Месяц и год            | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг<br>(в млн рублей) | $S$       | $0,8S$    | $0,5S$    | 0         |

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат будет меньше 4 млн рублей.

Номер: 5FCD16 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ИЗМЕНИТЬ СТАТУС

Дайте развернутый ответ.

Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика будет меньше 7 млн рублей.

Спасибо за внимание!