

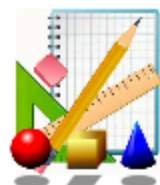
Интенсив



Новые задачи ЕГЭ-2027 по математике (профильный уровень): усиление прикладного характера и математического моделирования

Панина Н. А.
учитель математики
МБОУ СШ № 33,
г. Смоленск

2026-2027 учебный год



Проект демоверсии ЕГЭ-2027

Математика (профильный уровень)

Изменения в первой части экзамена (с кратким ответом)

- 1) Исключено задание 12 (исследование функции на экстремум, наибольшее значение).
- 2) Добавлено задание (№ 6), проверяющее умение оперировать понятиями: случайная величина, распределение вероятностей, математическое ожидание, дисперсия и стандартное отклонение случайной величины.
- 3) Добавлено задание (№ 13), проверяющее умение моделировать реальные ситуации на языке математики; решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из области управления личными и семейными финансами.



Структура КИМ ЕГЭ-2027 (проект)

Часть 1. Задания с кратким ответом

Номер задания	Тема задания	Уровень сложности задания	Количество первичных баллов
1.	Задача по планиметрии	Б	1
2.	Векторы	Б	1
3.	Задача по стереометрии	Б	1
4.	Задача по теории вероятностей	Б	1
5.	Задача по теории вероятностей (теоремы сложения, умножения)	П	1
6.	Задача по статистике	П	1
7.	Решение уравнения	Б	1
8.	Преобразование, нахождение значения выражения	Б	1
9.	Функция и её производная	П	1
10.	Прикладная задача	П	1
11.	Текстовая задача	П	1
12.	Функции и их графики	П	1
13.	Экономическая задача (например, вклады, кредиты)	П	1



Изменения во второй части экзамена (с развёрнутым ответом ответом)

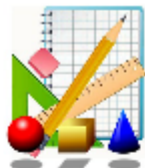
- 1) Исключено задание 16 (экономическая задача).
- 2) Добавлено задание 17, проверяющее умение моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры и начал математического анализа, интерпретировать полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из других учебных предметов.



Структура КИМ ЕГЭ-2027 (проект)

Часть 2. Задания с развёрнутым ответом

Номер задания	Тема задания	Уровень сложности задания	Количество первичных баллов
14.	Решение уравнений. Задания: а) решите уравнение ... б) укажите корни уравнения, принадлежащие промежутку ...	П	2
15.	Стереометрическая задача а) Докажите, что ... б) Найдите ...	П	3
16.	Решение неравенств	П	2
17.	Прикладная задача на нахождение точки экстремума (экстремума, наибольшего или наименьшего значения) функции	П	2
18.	Планиметрическая задача а) Докажите, что ... б) Найдите ...	П	3
19.	Задание с параметром	В	4
20.	Задача в целых числах а) может ли ..., б) может ли ..., в) укажите ...	В	4



Проект демоверсии. Задание 6.

Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом

Выигрыш (в рублях)	100	1000	5000	10 000	50 000
Число выигрышных билетов	500	100	50	10	1

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Решение. 1) (Устно) Анализируем условие задачи.

«Выигрыш на один билет» – дискретная величина. Тогда (вспоминаем теорию) математическое ожидание дискретной случайной величины – это сумма произведений значений случайной величины и вероятностей их появления: $E(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + x_5 \cdot p_5$.

2) (Письменно) Дополняем условие задачи (в КИМ) – рассчитываем вероятности выигрышей.

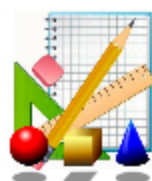
Выигрыш (в рублях)	$100 = x_1$	$1000 = x_2$	$5000 = x_3$	$10\,000 = x_4$	$50\,000 = x_5$
Число выигрышных билетов	500	100	50	10	1
Вероятность выигрыша	$\frac{500}{10000} = 0,05$	$\frac{100}{10000} = 0,01$	$\frac{50}{10000} = 0,005$	$\frac{10}{10000} = 0,001$	$\frac{1}{10000} = 0,0001$

3) Рассчитываем математическое ожидание

$$\begin{aligned} E(X) &= 100 \cdot 0,05 + 1000 \cdot 0,01 + 5000 \cdot 0,005 + 10\,000 \cdot 0,001 + 50\,000 \cdot 0,0001 = \\ &= 5 + 10 + 25 + 10 + 5 = 55. \end{aligned}$$

Ответ: 55

PS Математическое ожидание конечной дискретной величины совпадает со средним арифметическим этой величины.



Проект демоверсии. Задание 13.

В июле 2030 года планируется взять кредит 182 000 рублей в банке на три года.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей после полного погашения кредита, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами?

Советы: 1) **все** задачи на тему «Кредит» решать по общей схеме:

долг до платежа после начисления процентов → платёж → остаток долга после платежа (это и есть долг на конец года),

2) затраты времени на решение значительно сократятся, если числа «зашифровать» буквенной символикой (решение станет более простым – ещё один плюс).

Решение. (Устно) Долг на конец предыдущего года составляет 100%, в январе банк увеличивает его на 20% (по условию), следовательно, в январе после начисления процентов долг составит 120% суммы долга на конец предыдущего года.

(Письменно) Пусть $182\,000 = A$, $120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = k$. Пусть x рублей – ежегодный платёж. Тогда

Год	Долг до платежа после начисления процентов, (в рублях)	Платёж (в рублях)	Долг после выплаты (долг на конец года) (в рублях)
2030	-	-	A
2031	kA	x	$kA - x$
2032	$k(kA - x) = k^2A - kx$	x	$k^2A - kx - x$
2033	$k(k^2A - kx - x) = k^3A - k^2x - kx$	x	$k^3A - k^2x - kx - x = 0$

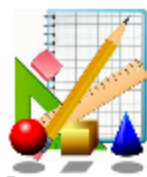
$$\begin{cases} k^3A - k^2x - kx - x = 0; \\ k^2x + kx + x = k^3A; \end{cases} \quad \left\| \begin{cases} x(k^2 + k + 1) = k^3A; \\ x = \frac{k^3A}{k^2 + k + 1}. \end{cases} \right.$$

Общая сумма платежей составит $3x = \frac{3k^3A}{k^2 + k + 1}$ рублей, то есть

$$\frac{3 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^3 \cdot 182\,000}{\left(\frac{6}{5}\right)^2 + \frac{6}{5} + 1} = \frac{3 \cdot \frac{6^3}{5^3} \cdot 182\,000 \cdot 5^3}{\left(\frac{36}{5^2} + \frac{6}{5} + 1\right) \cdot 5^3} =$$

$$= \frac{3 \cdot 216 \cdot 182\,000}{36 \cdot 5 + 6 \cdot 25 + 125} = \frac{3 \cdot 216 \cdot 182\,000}{180 + 150 + 125} = \frac{3 \cdot 216 \cdot \overset{400}{\cancel{182\,000}}}{\underset{1}{\cancel{455}}} = 648 \cdot 400 = 259\,200 \text{ рублей.}$$

Ответ: 259 200 (в заданиях с кратким ответом наименование указывать не нужно)



Проект демоверсии. Задание 17(1).

На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома:

$I = \frac{\varepsilon}{r + R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля-Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая мощность P , которая может быть выделена нагрузкой?

Решение. По смыслу задачи $R \geq 0$.

$$\left. \begin{array}{l} P = I^2 R, \\ I = \frac{\varepsilon}{r + R}, \\ \varepsilon = 50, \\ r = 1 \end{array} \right| \Rightarrow P(R) = \left(\frac{50}{1 + R} \right)^2 \cdot R,$$
$$P(R) = \frac{2500R}{(1 + R)^2}.$$

Математическая модель задачи: найти наибольшее значение (максимальное значение) функции

$$P(R) = \frac{2500R}{(1 + R)^2} \text{ на промежутке } [0; +\infty).$$

$$P'(R) = \left(\frac{2500R}{(1+R)^2} \right)';$$

$$P'(R) = \frac{(2500R)'(1+R)^2 - 2500R((1+R)^2)'}{((1+R)^2)^2};$$

$$P'(R) = \frac{2500(1+R)^2 - 2500R \cdot 2(1+R) \cdot (1+R)'}{(1+R)^4};$$

$$P'(R) = \frac{(1+R)(2500(1+R) - 5000R)}{(1+R)^4};$$

$$P'(R) = \frac{2500 - 2500R}{(1+R)^3};$$

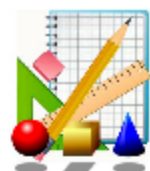
$$P'(R) = \frac{2500(1-R)}{(1+R)^3}.$$

На промежутке $[0; +\infty)$ нет таких R , при которых производная $P'(R)$ не существует, $P'(R) = 0$ при $R = 1$.



Максимальная тепловая мощность равна $P(1) = \frac{2500 \cdot 1}{(1+1)^2} = \frac{2500}{4} = 625$ (Вт).

Ответ: 625 Вт.



Обратим внимание на методические моменты решения.

1) По каким признакам установили, что аргументом функции P является R ?

Ответ: анализируем условие задачи. «На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах)

определяется законом Ома: $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$. Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля-Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая мощность P , которая может быть выделена нагрузкой?»

2) Нахождение производной нужно так подробно расписывать?

Ответ: да, ведь это РАЗВЕРНУТЫЙ ответ участника ЕГЭ.

3) А можно нахождение производной оформить иначе? Например, так:

$$\begin{aligned} P'(R) &= \left(\frac{2500R}{(1+R)^2} \right)' = \frac{(2500R)'(1+R)^2 - 2500R((1+R)^2)'}{(1+R)^2)^2} = \frac{2500(1+R)^2 - 2500R \cdot 2(1+R) \cdot (1+R)'}{(1+R)^4} = \\ &= \frac{(1+R)(2500(1+R) - 5000R)}{(1+R)^4} = \frac{2500 - 2500R}{(1+R)^3} = \frac{2500(1-R)}{(1+R)^3}. \end{aligned}$$

Ответ: нежелательно. Производная функции – это тоже функция. При задании функции формулой употребляют только один знак равенства.

4) Можно решение задачи завершить так: « $P(1) = \frac{2500 \cdot 1}{(1+1)^2} = \frac{2500}{4} = 625$. Ответ: 625 Вт»?

Ответ: Нет. Внимание! Обратим внимание на критерии оценивания решения.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Что означает фраза «верная последовательность всех шагов решения»? Чтобы понять смысл фразы, посмотрим: «Какое умение проверяет задание?» Умение **моделировать** реальные ситуации на языке математики; **составлять** выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, **исследовать** построенные модели с использованием аппарата алгебры и начал математического анализа, **интерпретировать** полученный результат; умение решать текстовые задачи разных типов, в том числе задачи из других учебных предметов.

Выполняя задание,

Шаг 1. Проанализировали условие и поняли, какая переменная символизирует функцию, от какого аргумента она зависит, *установили область допустимых значений аргумента*.

Шаг 2. Перечислили посылки, указанные в условии, и формулой установили зависимость функции от аргумента (для этого СОСТАВЛЯЛИ выражение).

Шаг 3. Прочитали задание, которое нужно выполнить, и построили МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ.

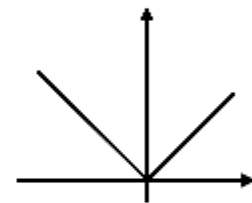
Шаг 4. Провели ИССЛЕДОВАНИЕ функции на монотонность и экстремумы с помощью производной (для этого предварительно нашли производную).

Шаг 5. Полученный результат необходимо ИНТЕРПРЕТИРОВАТЬ (это **обязательный этап** математического моделирования). Интерпретацию можно было выполнить иначе: «Мощность P

принимает наибольшее значение, если нагрузка $R = 1$. Тогда $P_{\text{наиб.}} = P(1) = \frac{2500 \cdot 1}{(1+1)^2} = \frac{2500}{4} = 625$ Вт».

5) При исследовании функции можно найти ТОЛЬКО точки, в которых производная равна 0?

Ответ: нет, нельзя. Непрерывная функция может принимать максимальное (минимальное) значение в точке, в которой производная функции равна 0, а также в точке, в которой производная не существует. Самый простой пример – функция $y = |x|$. В точке 0 функция не является дифференцируемой (другими словами, в точке 0 функция не имеет производной), а именно точка 0 является точкой минимума функции, в точке 0 функция принимает наименьшее значение.

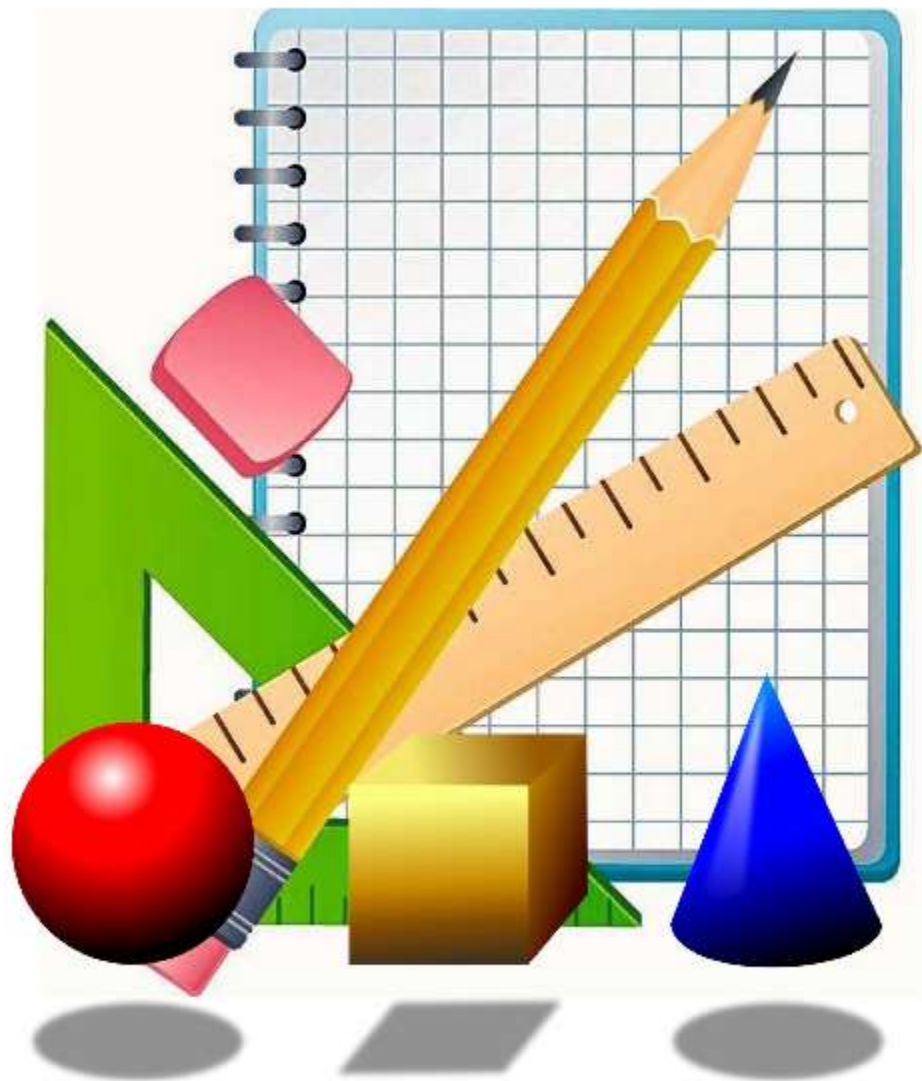


6) Наименование в ответе КАК установили?

Ответ: внимательно прочитали условие задачи. «На заводе имеется генератор с ЭДС $\varepsilon = 50$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки R (в омах). Сила тока в цепи (в амперах)

определяется законом Ома: $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$. Тепловая **мощность (в ваттах)**, выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля-Ленца: $P = I^2 R$. Какова максимальная тепловая **мощность P** , которая может быть выделена нагрузкой?»

Наименования величин устанавливаем по условию задачи, не выводим их из формул.



**Благодарю
за внимание!**

Желаю успеха!

Панина Н.А.