Интенсив

2024-2025 учебный год

Техника выполнения заданий с кратким ответом

Панина Нина Александровна,

учитель МБОУ «СШ № 33», г. Смоленска

ТЕХНИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С КРАТКИМ ОТВЕТОМ

В 2025 году не будет изменений в структуре экзамена: как и в 2024 году, задания 1–12 с кратким ответом, задания 13–19 с развёрнутым ответом. Изменения в шкале оценивания возможны, но маловероятны.

ФИПИ

Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года

Безусловно, даже при подготовке к экзамену на профильном уровне внимание учащихся должно быть сосредоточено именно на выполнении заданий с кратким ответом. И дело не в том, что успешное выполнение этих заданий обеспечивает получение удовлетворительного тестового балла, а в том, что это дает возможность обеспечить повторение значительно большего объема материала, сосредоточить внимание учащихся на обсуждении подходов к решению тех или иных задач, выбору способов их решения и сопоставлению этих способов, а также на проверке полученных ответов на правдоподобие

Учителям, собирающимся работать в 11 классе в 2024/25 учебном году, необходимо провести поэлементный анализ заданий, традиционно вызывающих затруднения у выпускников, используя методические материалы прошлых лет. Нужно включать задания, аналогичные КИМ ЕГЭ, при объяснении учебного материала, при решении задач по всем курсам математики, не ограничиваясь только учебником, и не заменять изучение тем по программе 11 класса «натаскиванием» на задания ЕГЭ.

Решение вариантов прошлых лет, выполнение всех заданий из сборника типовых вариантов является недостаточным.

Существенным недостатком в подготовке к ЕГЭ по математике является непрерывное решение с обучающимися вариантов экзамена прошлых лет (или из сборников типовых вариантов), обусловленное стремлением разобрать как можно больше типов задач. Целесообразно наряду с системным изучением школьного курса математики проводить уроки и занятия тематического повторения, уделять особое внимание решению задач, которые обучающиеся решают уверенно.

Более подробно ознакомиться с методическими рекомендациями ФИПИ можно на сайте https://doc.fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy/2024/ma_mr_2024.pdf

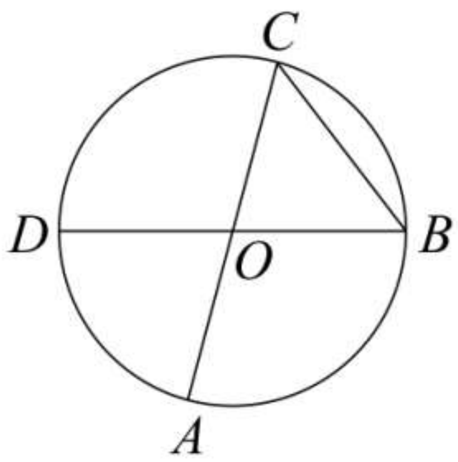
Задание 1. Планиметрическая задача

Темы задания:

- Решение прямоугольных треугольников
- Решение равнобедренного треугольника
- Треугольники общего вида
- Параллелограммы
- Трапеция
- Центральные и вписанные углы
- Касательная, хорда, секущая
- Вписанные окружности
- Описанные окружности

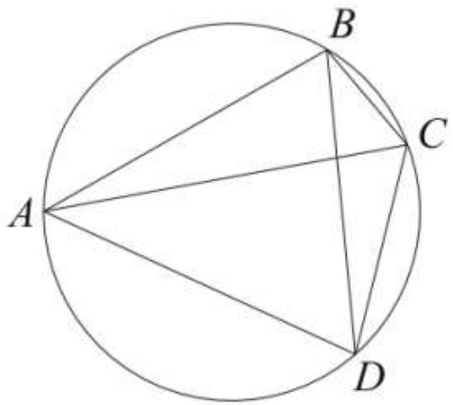
Пример 1

Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен $59°$. Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



Пример 2

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $103°$, угол CAD равен $42°$. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



Задача на готовом чертеже. Решаем на чертеже, дополнительные записи минимальны (это сокращает затраты времени).

Техника работы:

Шаг 1. Исходные данные наносим на готовый чертёж

Шаг 2. Выделяем фрагмент чертежа, применяем теоретические знания и устанавливаем ещё одно свойство изучаемого объекта. Результат шага наносим на чертеж.

Шаг 3. Выделяем другой фрагмент чертежа, применяем теоретические знания и устанавливаем ещё одно свойство изучаемого объекта. Результат шага отмечаем на чертеже.

И так далее до получения искомого значения.

PS Возможно, что правильно будут установлены свойства, не имеющие отношения к искомой величине. Этого не следует избегать и пытаться предотвратить. На конечный результат решения это не повлияет, а с опытом решения по готовым чертежам значительно уменьшится.

Материал для организации повторения:

https://imc.kurobr.spb.ru/public/users/metodicheskaya/MO/PhisMath/2015/%D0%97%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87%D0%B8%20%D0%BD%D0%B0%20%D0%B3%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%B2%D1%8B%D1%85%20%D1%87%D0%B5%D1%80%D1%82%D0%B5%D0%B6%D0%B0%D1%85%20%D0%91%D0%B0%D0%BB%D0%B0%D1%8F%D0%BD%207-9.pdf

Задание 2. Векторы и операции над ними

Темы заданий:

- Действия над векторами в графической форме

- Действия над векторами в координатной форме

- Длина вектора

- Угол между векторами

ФИПИ

Пример 1

Даны векторы $\vec{a}(2;0)$ и $\vec{b}(1;4)$. Найдите длину вектора $\vec{a}+3\vec{b}$.

ФИПИ

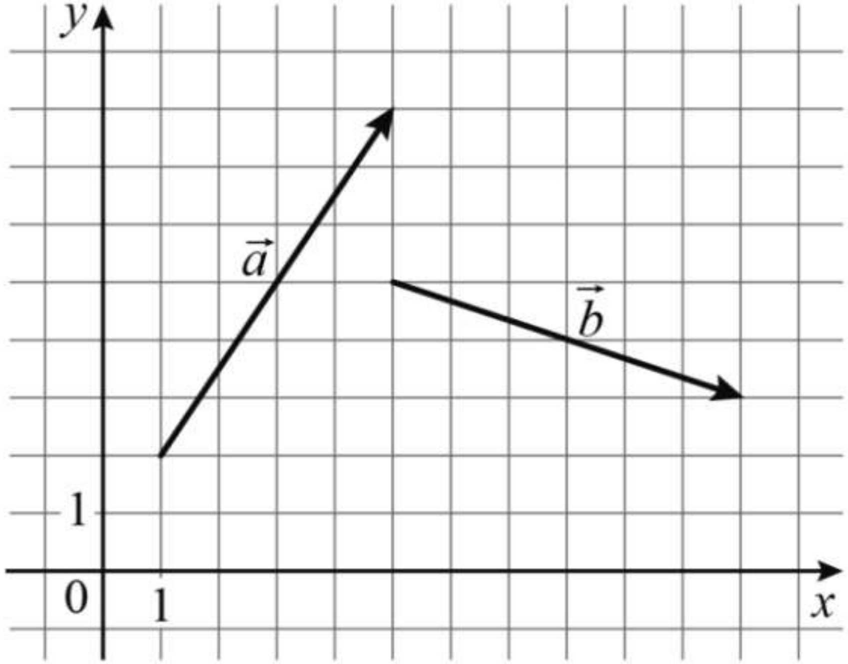
Пример 2

Даны векторы $\vec{a}(5;3)$ и $\vec{b}(4;-6)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Пример 3

На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

ФИПИ

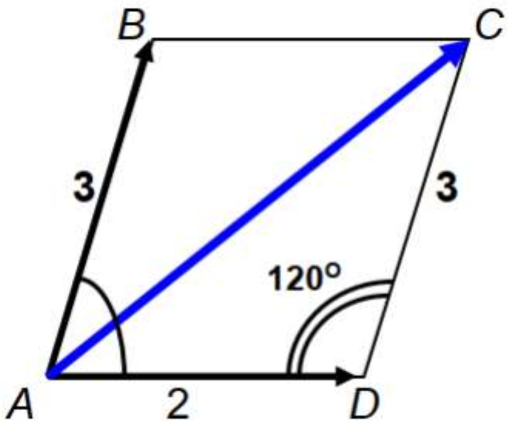


Задание из тренировочной базы

Стороны параллелограмма равны 2 и 3. Они образуют острый угол BAD, равный $60°$.

Найдите квадрат длины вектора $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

Решение. Строим параллелограмм, векторы $\overrightarrow{AB}$ **и** $\overrightarrow{AD}$**, исходные данные наносим на чертёж.**



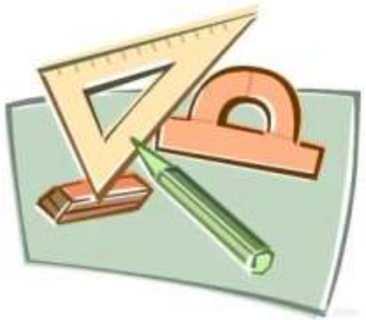
Устное рассуждение: векторы $\overrightarrow{AB}$ **и** $\overrightarrow{AD}$ **имеют общее начало. Поэтому их нужно сложить по правилу параллелограмма**

Письменно: на чертеже выполняем сложение векторов. Получаем: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

Устное рассуждение: длина вектора $\overrightarrow{AC}$ **равна длине отрезка** AC**. Следовательно, нужно найти квадрат стороны** AC **треугольника** ADC**. Знаем 2 стороны треугольника, угол между ними тупой: 180 – 60 = 120 градусов. Применяем теорему косинусов.**

Письменно: $AC^2=2^2+3^2-2\cdot 2\cdot 3\cdot\cos 120°=13-12\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=19.$

Ответ: 19



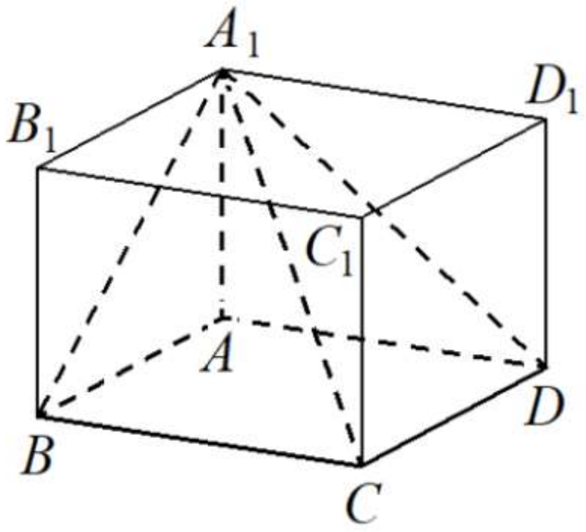
Задание 3. Стереометрическая задача

Темы задания:

- **Куб**
- **Прямоугольный параллелепипед**
- **Элементы составных многогранников**
- **Площадь поверхности составного многогранника**
- **Объём составного многогранника**
- **Призма**
- **Пирамида**
- **Комбинации тел**
- **Цилиндр**
- **Конус**
- **Шар**

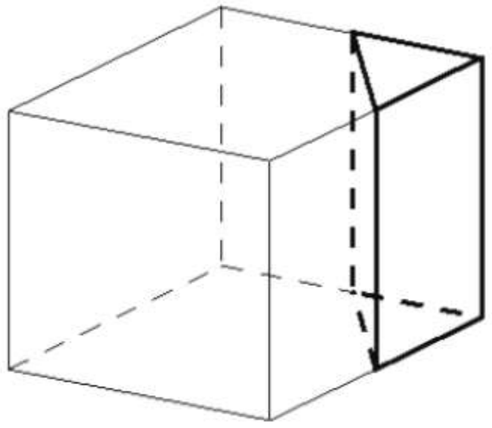
Пример 1

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, D, A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 9$, $AA_1 = 4$.



Пример 2

Объём куба равен 80. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.



Задание 4. Классическое определение вероятности
В 2024 году на Смоленщине выполняли задание

В группе туристов 20 человек. С помощью жребия они выбирают семь человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?

Классическая вероятность. Рассмотрим смысловое и формальное решение задачи в общем виде. Пусть в группе *x* человек. Из них нужно выбрать *k* человек, которые пойдут в село за продуктами.

Общее число исходов испытания: $n = C_x^k = \dfrac{x!}{k!\cdot(x-k)!}$

Благоприятные исходы – исходы, в которых Д. вместе с остальными $(k-1)$ **человек пойдёт в село за продуктами.**

Число благоприятных исходов: $m = C_{x-1}^{k-1} = \dfrac{(x-1)!}{(k-1)!\cdot(x-1-(k-1))!} = \dfrac{(x-1)!}{(k-1)!\cdot(x-k)!}$

Тогда $p = \dfrac{m}{n} = \dfrac{(x-1)!}{(k-1)!\cdot(x-k)!} : \dfrac{x!}{k!\cdot(x-k)!} = \dfrac{(x-1)!\cdot k!\cdot \cancel{(x-k)!}}{x!\cdot(k-1)!\cdot \cancel{(x-k)!}} = \dfrac{k}{x}$.

Следовательно, чтобы найти вероятность выбора можно применить формулу формального нахождения вероятности: число участников выбора нужно разделить на общее число участников в группе.

В процессе обучения ряд задач по теории вероятностей следует рассматривать не в конкретной ситуации, а в общем виде.

Задание 5. Теоремы о вероятностях событий. Вероятности сложных событий

Пример 1

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,96. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Пример 2

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.

В этих задачах вводим легенду (пример 2): П – попал в мишень, Н – не попал. На языке легенды описываем событие: ПННН и, применяя теорему, находим вероятность:

$$P(\text{ПННН}) = 0,7\cdot 0,3\cdot 0,3\cdot 0,3 = 0,0189$$

Ответ: 0,0189.

Задание 6. Простейшие уравнения

Темы задания:

- **Линейные, квадратные, кубические уравнения**
- **Рациональные уравнения**
- **Иррациональные уравнения**
- **Показательные уравнения**
- **Логарифмические уравнения**
- **Тригонометрические уравнения**

Задание 7. Вычисления и преобразования

Темы заданий:

- Преобразования числовых рациональных выражений
- Преобразования алгебраических выражений и дробей
- Вычисление значений степенных выражений
- Действия со степенями
- Преобразования числовых иррациональных выражений
- Преобразования буквенных иррациональных выражений
- Преобразования числовых логарифмических выражений
- Преобразования буквенных логарифмических выражений
- Вычисление значений тригонометрических выражений
- Преобразования числовых тригонометрических выражений
- Преобразования буквенных тригонометрических выражений

Задание 8. Производная и первообразная

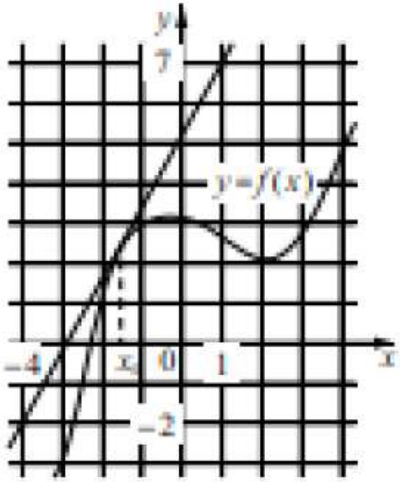
Темы заданий:

- Физический смысл производной

- Геометрический смысл производной, касательная

- Применение производной к исследованию функций

- Первообразная

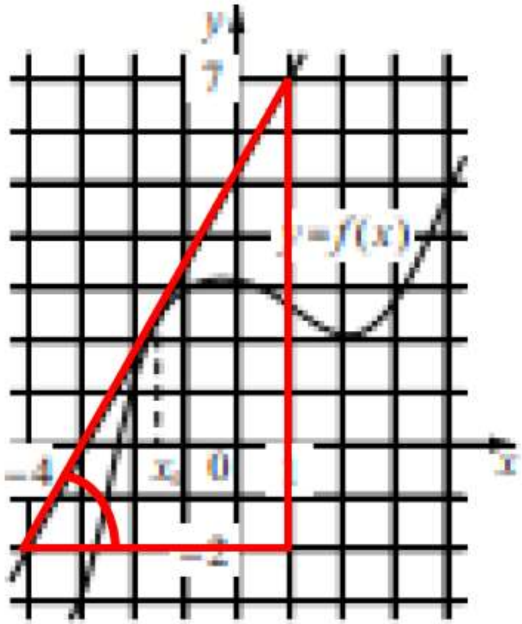


1. На рисунке изображены график функции *y = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f (x)* в точке x_0.

Решение: $k_{\text{касательной}} = \operatorname{tg}\alpha = f'(x_0)$ (геометрический смысл производной).

α – угол, который касательная образует с ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ оси *Ox*.

Чтобы найти тангенс этого угла, строим на чертеже прямоугольный треугольник с углом, равным α, причём все три вершины треугольника должны располагаться в узлах сетки (точках пересечения горизонтальной и вертикальной линеек).

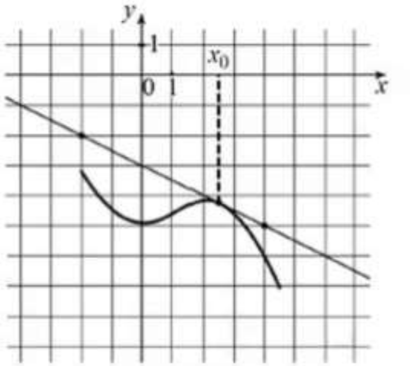


Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Получаем:

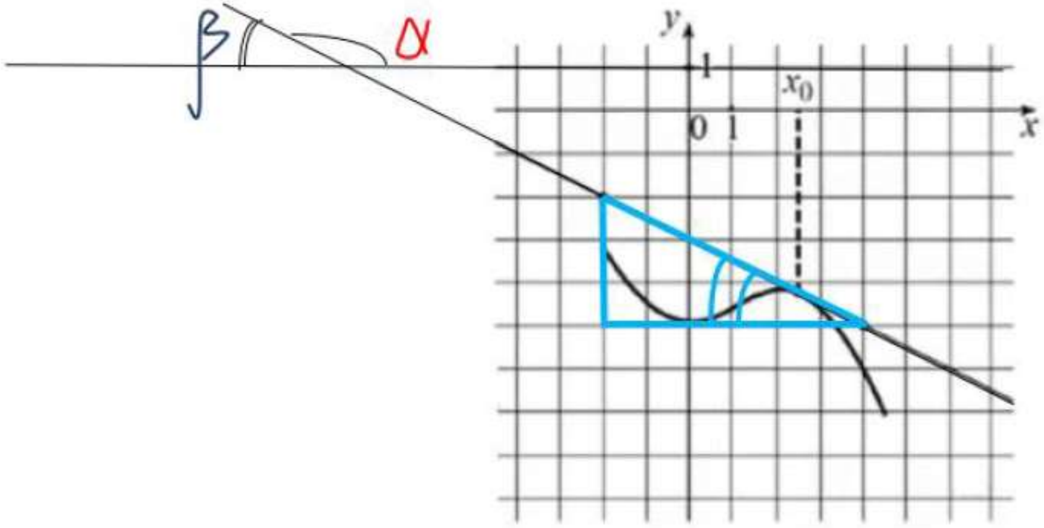
$$\operatorname{tg}\alpha = f'(x_0) = \frac{9}{5} = 1{,}8.$$

Ответ: 1,8

2. На рисунке изображены график функции *y = f (x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0.
Найдите значение производной функции *f (x)* в точке x_0



Решение: $k_{\text{касательной}} = \operatorname{tg}\alpha = f'(x_0).$



α – угол, который касательная образует с ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ оси *Ox*. В данном случае угол является тупым, что не позволяет построить прямоугольный треугольник с углом α. Поэтому переходим к смежному с α углу β и применяем формулу приведения.

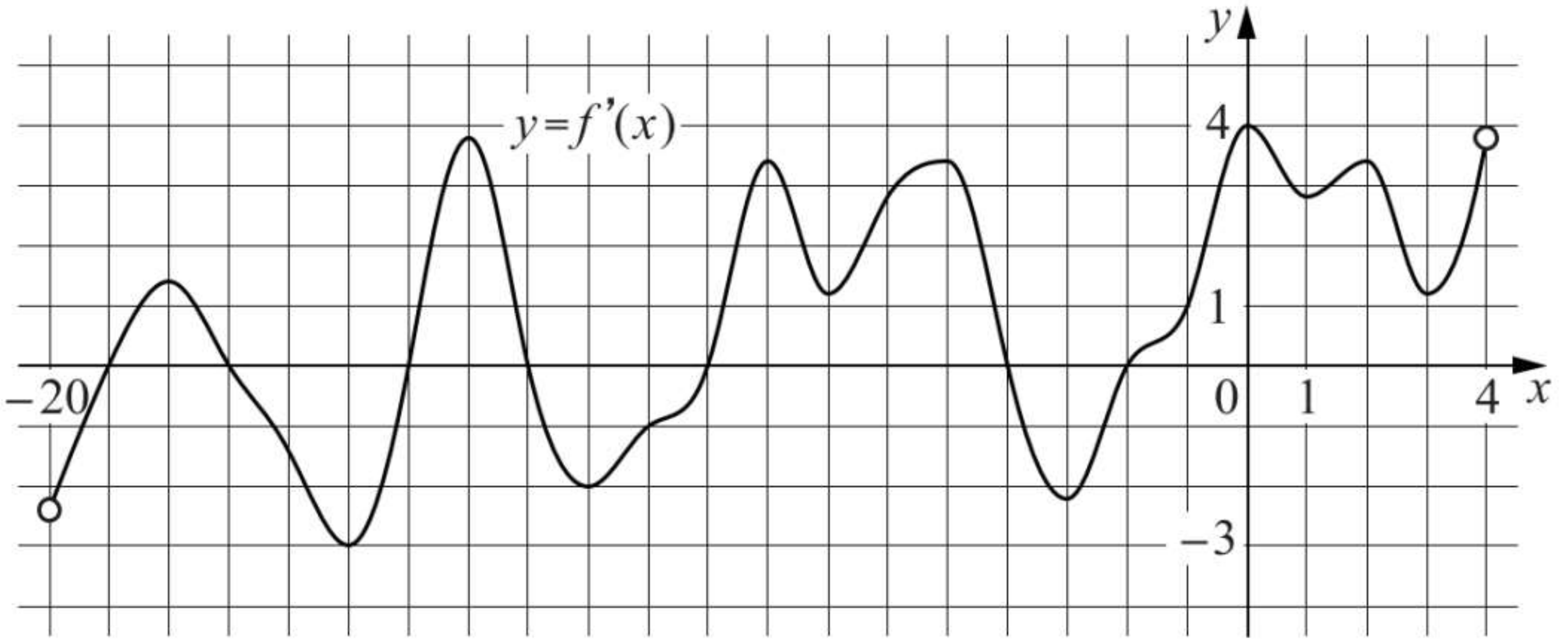
Чтобы найти тангенс угла β, строим на чертеже прямоугольный треугольник с углом, равным β, причём все три вершины треугольника должны располагаться в узлах сетки.

$$\operatorname{tg}\alpha = f'(x_0) = \operatorname{tg}(180^\circ - \beta) = -\operatorname{tg}\beta = -\frac{3}{6} = -0,5$$

Ответ: – 0,5

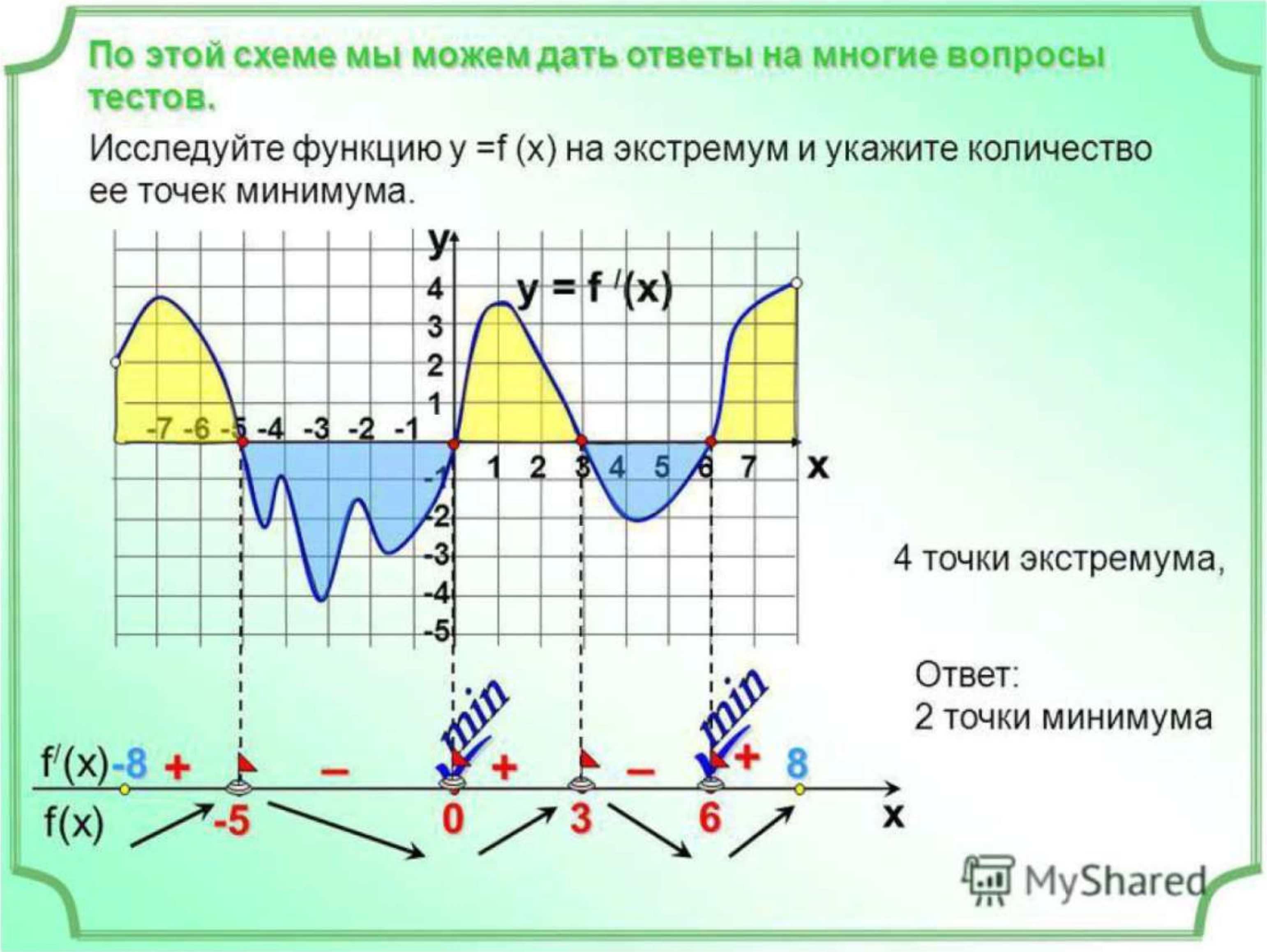
3.

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-20; 4)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-16; 1]$.



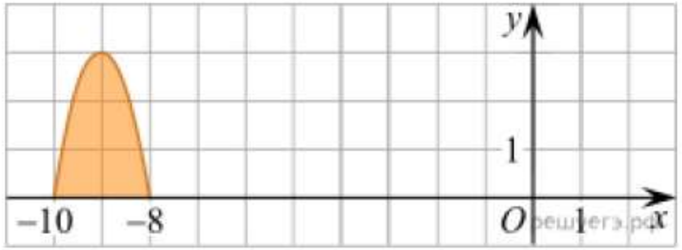
Оптимальная техника выполнения задания представлена на слайде

Электронный ресурс: http://www.myshared.ru/slide/1140328/



Типы заданий на тему «Первообразная». 1. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$.

Функция $F(x)=-x^3-27x^2-240x-8$ **– одна из первообразных функции** $f(x)$. **Найдите площадь закрашенной фигуры.**



Решение. Закрашенная фигура – это криволинейная трапеция, расположенная выше оси *Ox* и ограниченная графиком непрерывной функции $f(x)$ **и отрезком [–10; –8] оси *Ox*. Тогда**

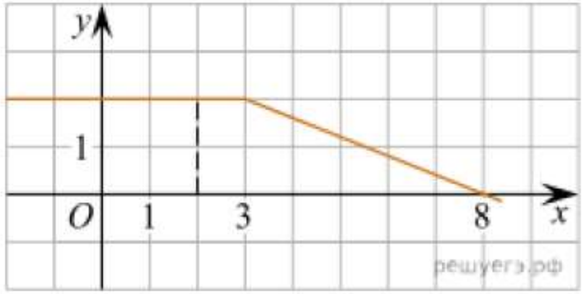
$$S_{\text{фигуры}}=\int_{-10}^{-8} f(x)\,dx=F(x)\Big|_{-10}^{-8}=\left(-x^3-27x^2-240x-8\right)\Big|_{-10}^{-8}=$$

$$=\left(-(-8)^3-27\cdot(-8)^2-240\cdot(-8)-8\right)-\left(-(-10)^3-27\cdot(-10)^2-240\cdot(-10)-8\right)=$$

$$=512-27\cdot 64+240\cdot 8\cancel{-8}-1000+2700-2400\cancel{+8}=512+64\cdot(-27+30)-700=192-188=4$$

Ответ: 4.

2. На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8)-F(2)$, где $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$.



Решение. **По формуле Ньютона-Лейбница** $F(8)-F(2)=F(x)\Big|_2^8=\int\limits_2^8 f(x)\,dx$**, так как $F(x)$ – одна из первообразных функции $f(x)$.**

Исходя из геометрического смысла определённого интеграла, полученный интеграл выражает площадь трапеции, расположенной выше оси *Ox* и ограниченной сверху графиком непрерывной функции $y=f(x)$, снизу – отрезком [2; 8] оси *Ox*. Тогда

$$F(8)-F(2)=\int\limits_2^8 f(x)\,dx=S_{\text{трапеции}}=\frac{1+6}{2}\cdot 2=7.$$

Ответ: 7.

9. Задачи с прикладным содержанием

Темы заданий:

- Линейные уравнения и неравенства
- Квадратные и степенные уравнения и неравенства
- Рациональные уравнения и неравенства
- Иррациональные уравнения и неравенства
- Показательные уравнения и неравенства
- Логарифмические уравнения и неравенства
- Тригонометрические уравнения и неравенства
- Разные задачи

ФИПИ

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 90$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 16$ км/ч^2. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, где t — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 72 км. Ответ дайте в минутах.

Необходимо после получения ответа проверить его на правдоподобие и соотнести с заданием!!!

10. Текстовые задачи

Темы заданий:

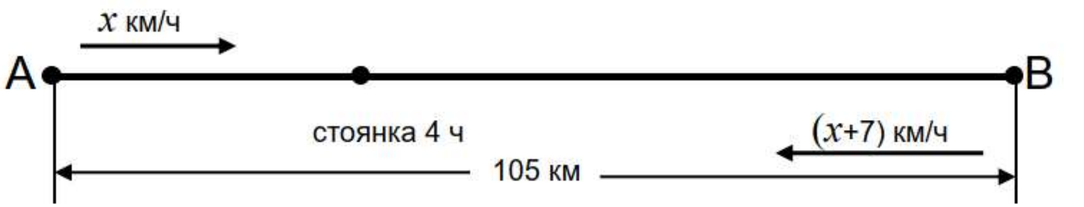
- Задачи на проценты, смеси и сплавы
- Задачи на движение по прямой
- Задачи на движение по окружности
- Задачи на движение по воде
- Задачи на совместную работу
- Задачи на прогрессии

Особенность решения текстовой задачи:

1) дробно-рациональное уравнение решаем не по алгоритму, а дополняем логическим смыслом и получаем математическую модель с ограничениями. Это позволяет сократить затраты времени,
2) при решении квадратного уравнения дискриминант **не вычисляем**, а **раскладываем на множители**. Это позволяет быстрее найти значение арифметического квадратного корня из дискриминанта

Велосипедист выехал из города *A* в город *B*, расстояние между которыми равно 105 км. Его скорость была постоянной на протяжении всего пути. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 7 км/ч больше прежней. В пути он сделал остановку, которая составила 4 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь от *A* до *B*. Найдите скорость велосипедиста на пути из *B* в *A*. Ответ дайте в километрах в час.

Решение.



$$\frac{105}{x}=\frac{105}{x+7}+4.$$

По смыслу задачи $x>0,\ x+7>0$. Тогда

$$105(x+7)=105x+4x(x+7),$$

$$105x+105\cdot 7=105x+4x^2+28x,$$

$$4x^2+28x-105\cdot 7=0,$$

$$D=4\cdot 7\cdot 4\cdot 7+4\cdot 4\cdot 7\cdot 15\cdot 7=28^2\cdot(1+15)=28^2\cdot 4^2=112^2,$$

$$x_1=\frac{-28-112}{8}<0,\text{ не подходит;}\qquad x_2=\frac{-28+112}{8}=\frac{84}{8}=10{,}5.$$

10,5 км/ч – скорость велосипедиста на пути из *A* в *B*.
10,5 + 7 = 17,5 (км/ч) – скорость на пути из *B* в *A*.
Ответ: 17,5 (как на ЕГЭ)

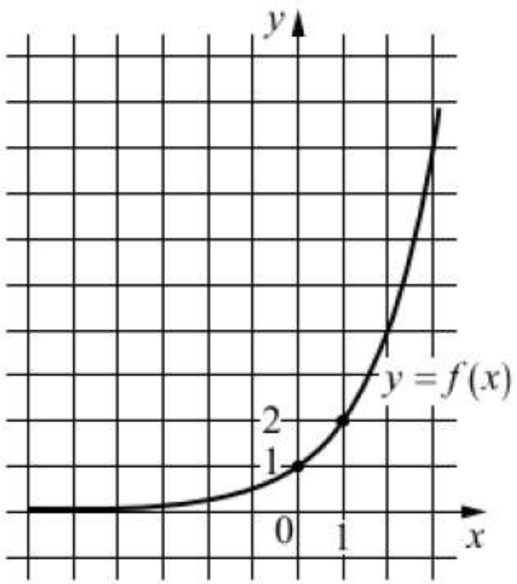
11. Графики функций

Темы заданий:

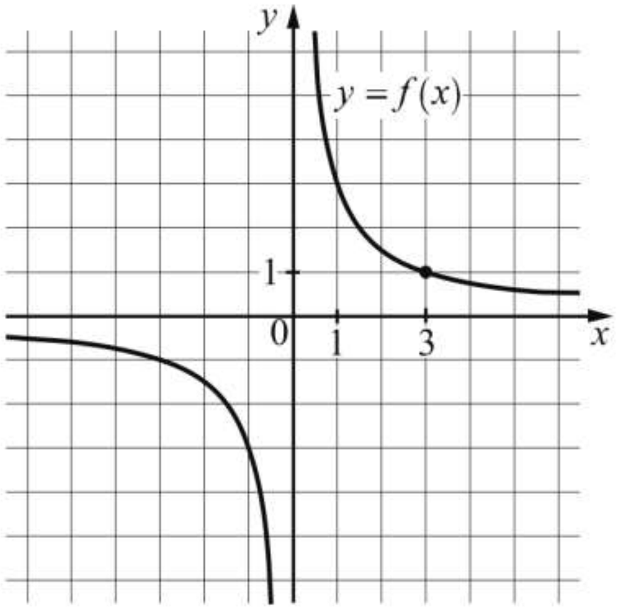
- Линейные функции
- Параболы
- Гиперболы
- Корни
- Показательные и логарифмические функции
- Тригонометрические функции
- Комбинированные задачи

Типы задач:

1. На рисунке изображен график функции вида $f(x)=a^x$. Найдите $f(5)$.



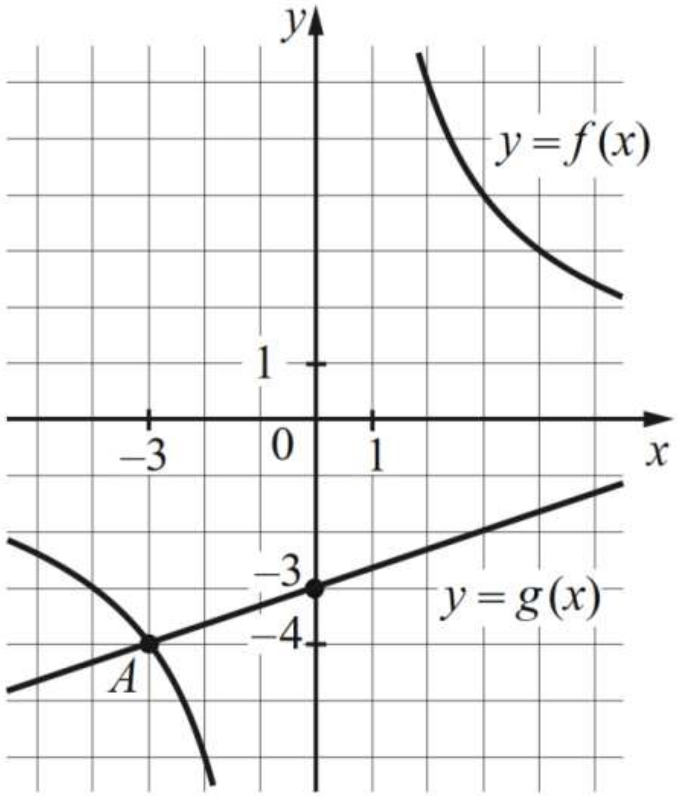
2. На рисунке изображен график функции вида $f(x)=\frac{k}{x}$. Найдите, при каком значении x значение функции равно –0,25.



ФИПИ

3.

На рисунке изображены графики функций видов $f(x)=\dfrac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, пересекающиеся в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



12. Наибольшее и наименьшее значение функции. Точки экстремума

Темы заданий:

- Исследование функций без помощи производных

- Исследование степенных и иррациональных функций

- Исследование частных

- Исследование произведений

- Исследование показательных и логарифмических функций

- Исследование тригонометрических функций

ПОЛЕЗНЫЕ ПРИВЫЧКИ

1. Перед выполнением первого задания снять внутреннее напряжение (выполнить упражнения на расслабление)
2. Внутренне быть готовым к тому, что, как и на контрольной работе, может что-то сразу не получиться. Расстраиваться из-за этого не нужно. Нужно, не теряя драгоценные минуты, перейти к следующему заданию и постараться его выполнить.
3. Полученный в задании ответ обязательно сопоставить с текстом задачи: «Что требовалось найти? В каких единицах следует указать ответ?»
4. Полученный в задании ответ нужно проверить на достоверность: «Правдоподобен ли ответ? Не противоречит ли он условию задачи, жизненному опыту?»
5. Торопиться, не спеша!

ЗАПОЛНЕНИЕ БЛАНКА № 1

- **Если все задания с кратким ответом выполнялись по порядку, без нарушений очерёдности, то не имеет значения, когда заполнять бланк ответов компьютерной проверки – сразу после выполнения задания и проверки ответа на правдоподобие или после решения всех задач первой части.**
- **Если какое-то задание было пропущено или задания выполнялись не в заданной последовательности, то бланк лучше заполнять сразу после выполнения задания и проверки ответа, чётко осознавая, в строку какого задания следует записать ответ**

PS Если нужно будет изменить ответ, то используем поле замены ответов

ЖЕЛАЮ УСПЕХА!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

Панина Н.А.
n.a.panina@mail.ru