



ОМО УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ



Подготовка к ЕГЭ по
математике
(профильный уровень)

29 января 2021 года



«ШКОЛА УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ»

Методическое сопровождение
изучения темы «Производная» в курсе алгебры и начал
анализа общеобразовательной школы
(опыт педагогов Смоленской области)

*Карамулина И. В., Харитонова Л.Г.,
ОМО учителей математики Смоленской области*



ОМО УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ СМОЛЕНСКОЙ ОБЛАСТИ

Круглый стол
«Изучаем тему «Производная»»

22 – 25 января 2021 года



МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ» ОБУЧАЮЩИМИСЯ 10 – 11 КЛАССОВ

❖ Методика подготовки к ЕГЭ по теме «Производная»

Банькова Наталья Валерьевна,

Гелюх Наталья Михайловна,

МБОУ "Средняя школа № 2" г. Велижа

❖ Конспект урока «Экстремумы функций», 11 класс

Никитина Елена Анатольевна,

МБОУ "Средняя школа № 3 им. Ленинского комсомола" г. Гагарина

❖ Разработка уроков по теме «Производная» с использованием дифференцированного обучения

Евдокимова Ирина Сергеевна,

МБОУ Хохловская СШ Смоленского района

❖ Изучение темы «Производная и ее геометрический смысл»

Жмуркина Светлана Николаевна,

МКОУ "Прудковская СОШ" Сафоново района

❖ Производная в ЕГЭ. Изучаем производную, систематизируем, обобщаем и применяем знания

Малышева Ирина Николаевна,

МБОУ СОШ № 3 г. Вязьмы



ДИДАКТИЧЕСКАЯ БАЗА УЧИТЕЛЯ (ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ПРОИЗВОДНАЯ»)

❖ Демонстрационный материал к урокам:
урок по теме «Определение производной», уроки по теме
«Исследование функций».

*Панина Нина Александровна,
МБОУ "СШ № 33" г. Смоленска*

❖ Изучаем тему «Производная» по учебнику
«Алгебра и начала математического анализа»
(Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва,
Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин)

*Харитоновна Людмила Георгиевна,
МБОУ Шимановская СОШ Вяземского района*



ИЗУЧАЕМ ТЕМУ «ПРОИЗВОДНАЯ»

«Алгебра и начала математического анализа»
(Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва,
Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин)

Харитоновна Людмила Георгиевна
МБОУ Шимановская СОШ
Вяземский район Смоленская область





СОДЕРЖАНИЕ

- 1. Последовательность изучения темы «Функции» в курсе средней школы.**
- 2. Последовательность изучения темы «Элементы математического анализа» в курсе средней школы.**
- 3. Методические приемы для формирования осознанных навыков дифференцирования.**
- 4. Источники информации.**



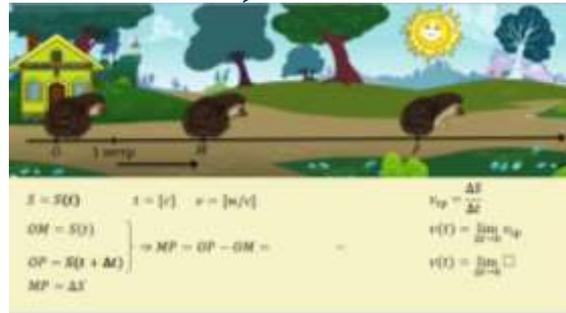
Методические приемы для формирования осознанных навыков дифференцирования

I

- ▶ **Приступая к изучению производной целесообразно:**
- ▶ 1) повторить все вопросы, связанные с линейными и элементарными функциями, т.к. основная идея дифференциального исчисления - это представление функции как о линейной в достаточно малой окрестности некоторой точки;
- ▶ 2) отработать такие понятия, как приращение функции и аргумента, выработать твердые навыки их нахождения;
- ▶ 3) выяснить геометрический смысл отношения приращения функции к приращению аргумента, ввести понятие касательной к кривой как предельное положение секущей.

II

- ▶ **Классически удачным способом** введения понятия производной является решение подводящих задач о нахождении мгновенной скорости прямолинейного движения (**можно использовать видеоролик, перейдя по ссылке**) →



- ▶ Главная цель на этом этапе - показать обучающимся целесообразность изучения этой темы.

III

- ▶ **Особое внимание необходимо уделить сложной функции** и ее производной, т.к. наибольшее количество ошибок связано именно с ней.

IV

▶ **Вступительная беседа к геометрическому смыслу производной** может иметь следующую идею:

1. Показать, что функции, графиками которых являются кривые, описывают многие важные физические и технические процессы;
2. По сравнению с прямой кривые постоянно меняют наклон: возрастание - на убывание и наоборот;
3. Могут существовать значения y , которым соответствует несколько значений x .

V

▶ **Этапы изучения геометрического смысла:**

1. Определение углового коэффициента прямой, угла наклона между положительным направлением оси Ox и прямой, свойства функции и графика в зависимости от коэффициента.
2. Определение касательной к графику дифференцируемой функции.
3. Геометрический смысл производной.
4. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции.

VI

- **Теоретический материал по исследованию функции** с помощью производной может быть введен следующим образом:
1. Сформулировать все утверждения, оставить без доказательств.
 2. Показать схему доказательства теорем.
 3. Формулу Лагранжа дать без доказательства, а остальные теоремы - доказать на ее основе.

VII

► **Основные этапы исследования функции:**

1. Область определения функции.
2. Нахождение производной.
3. Нахождение стационарных точек.
4. Промежутки монотонности.
5. Точки экстремума.
6. Построение графика функции.

VIII

- Одним из трудных вопросов является решение задач на **наибольшее и наименьшее значение (задачи на оптимизацию)**, связаны с построением и исследованием некоторой модели. Трудности возникают при составлении функции на основе условия задачи. Здесь требуется грамотный анализ условия, опора на полученный при работе с сюжетными (текстовыми) задачами опыт поиска решения (**можно использовать видеоролик, перейдя по ссылке**) ➡



Задачи на оптимизацию

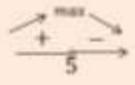
$$P = 20 = 2(a + b) \Rightarrow b = (10 - a)$$
$$S = a \cdot b$$

a – аргумент, S – функция
 $a \in (0; 10)$

$$S' = (10a - a^2)' = 10 - 2a$$
$$S' = 0 \Leftrightarrow a = 5 \in (0; 10)$$

$S = 5 \cdot 5 = 25 \text{ (м}^2\text{)}$ **ответ на вопрос задачи**

составление математической модели работа с математической моделью ответ на вопрос задачи





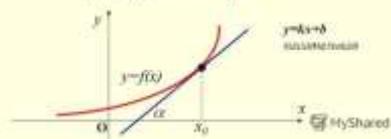
ПАМЯТКИ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ТЕМЕ «ПРОИЗВОДНАЯ»

❖ «Памятки»

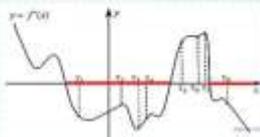
*Панина Нина Александровна,
МБОУ "СШ № 33" г. Смоленска*

Геометрический смысл производной

Значение производной функции $y=f(x)$ в точке $x=x_0$ равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $x=x_0$, т.е.
 $f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$



На рисунке изображён график $y=f'(x)$ производной функции $f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?

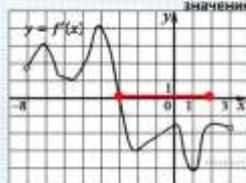


Функция убывает на промежутках, где производная отрицательна.

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$

Ответ: 5.

На рисунке изображён график производной функции, определённой на интервале $[-8; 3]$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция принимает наибольшее значение?

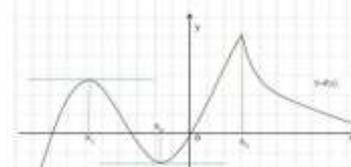


Производная функции отрицательна, поэтому функция на этом отрезке убывает.

Поэтому наибольшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т.е. в точке -3 .

Ответ: -3 .

Теорема. Если функция $y=f(x)$ имеет экстремум в точке $x=x_0$, то в этой точке производная функции либо равна нулю, либо не существует.



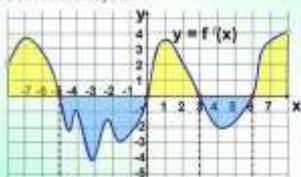
Особые точки:

x_0, x_1 - стационарные точки,
 x_2 - критическая точка

x_0, x_1 - точки максимумов,
 x_2 - точка минимумов

По этой схеме мы можем дать ответы на многие вопросы тестов.

Исследуйте функцию $y=f(x)$ на экстремум и укажите количество ее точек минимума.



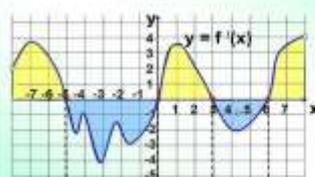
4 точки экстремума,

Ответ: 2 точки минимума



Задача 2.4

Найдите промежутки возрастания функции $y=f(x)$.



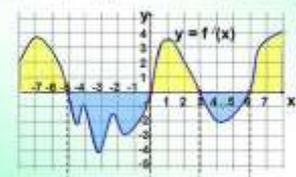
В точках $-5, 0, 3$ и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

Ответ: $[-8; -5], [0; 3], [6; 8]$



Задача 2.5

Найдите промежутки возрастания функции $y=f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



В точках $-5, 0, 3$ и 6 функция непрерывна, поэтому при записи промежутков возрастания эти точки включаем.

$(-8; -5], [0; 3], [6; 8]$

Сложим целые числа: $-7, -6, -5, 0, 1, 2, 3, 6, 7$

Ответ: 1





НЕСТАНДАРТНЫЕ ПОДХОДЫ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ОСОЗНАННЫХ НАВЫКОВ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

❖ «Формирование навыков дифференцирования»

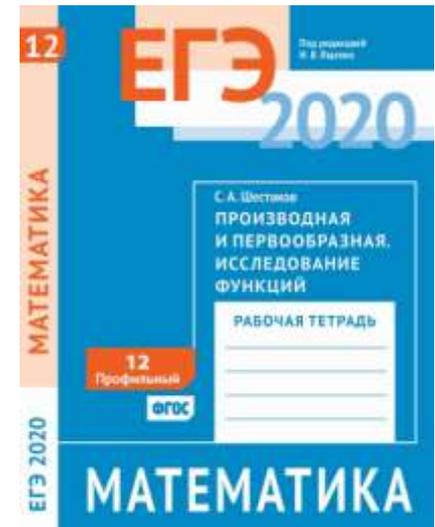
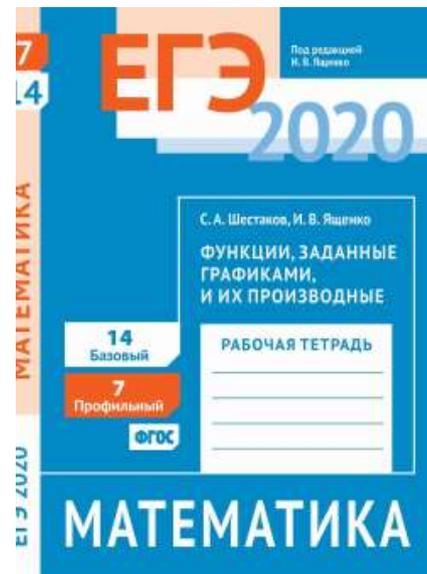
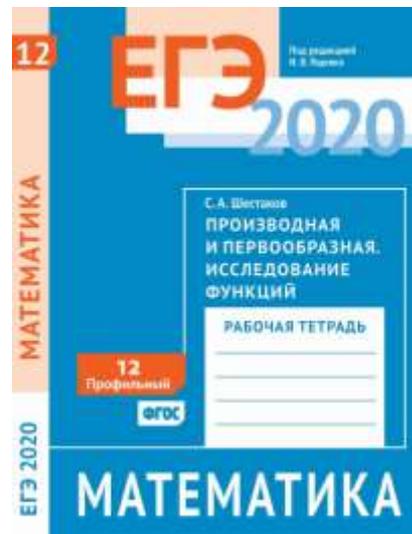
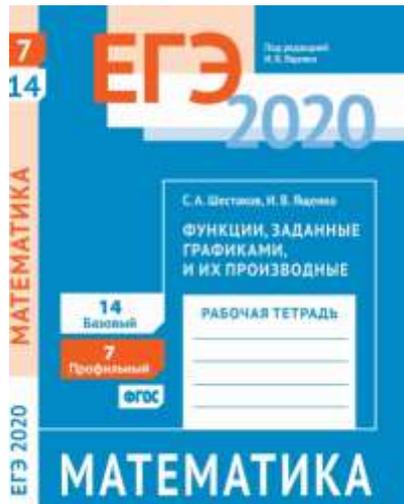
*Панина Нина Александровна,
МБОУ "СШ № 33" г. Смоленска*

Работаю по учебно-методическому комплексу Мордковича А. Г. Тему «Производная» мои обучающиеся изучают в 10-м классе в конце второго полугодия. Начинаю с того, что актуализирую наглядные представления по теме «Функция» и расширяю их: создаю первичные представления о показательной функции и логарифмической функции (2 урока). Как? На первом уроке создаю предпосылки для внутренней мотивации обучающихся, нацеливая их на перспективу: глубокое понимание нового (для обучающихся) действия – дифференцирование функций, которое будем осваивать в ближайшее время; сообщая, что объектами действия будут функции, и поэтому важно привести представления о функциях в систему (3 минуты); перехожу к актуализации представлений об элементарных функциях...

СИСТЕМА УПРАЖНЕНИЙ ДЛЯ ЧТЕНИЯ ГРАФИКОВ ФУНКЦИЙ, ИСХОДЯ ИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СМЫСЛА ПРОИЗВОДНОЙ И ДЛЯ ЧТЕНИЯ ГРАФИКОВ ПРОИЗВОДНОЙ

❖ «Система упражнений»

*Ипатова Ирина Николаевна,
МБОУ Гимназия г. Сафоново*



ДИСКУССИОННАЯ ПЛОЩАДКА

... Важным считаю начать изучение темы с исторических сведений. Для себя выделила такой план:

Исторические сведения по теме «Производная»

- 1. Развитие и возникновение понятия производной*
- 2. Примеры, приводящие к понятию производной*
- 3. И. Ньютон и его дифференциальное исчисление*
- 4. Роль Лейбница в создании дифференциального исчисления*

... Производная очень важна в физике

...Поэтому с учителем физики мы ежегодно проводим интегрированный урок "Производная в физике и технике".

Цель урока: показать межпредметную связь на примере математического моделирования. Формы уроков различны: практикумы, конференции.



ДИСКУССИОННАЯ ПЛОЩАДКА

... Изучение темы «Производная» – актуальная и волнующая тема для каждого учителя математики. Познакомившись с материалом по теме «Производная» в учебниках под редакциями А.Г. Мордковича, С.М. Никольского, А.Ш. Алимова, А.Н. Колмогорова, можно заметить, что основные принципы изучения этой темы схожи. Они представляют собой стандартный набор сведений о производной: её понятие, геометрический смысл, таблица производных, правила дифференцирования. Имеются различия в приложении по теме. К сожалению, немаловажная и интересная информация об истории возникновения и развития производной отсутствует. Устранить такое недоразумение в силах любого учителя математики. На уроке или внеурочных занятиях можно привести следующий материал: практические задачи на нахождение кратчайшего пути (одни из важных предпосылок появления дифференциального исчисления). Первые задачи на нахождение максимума и минимума (экстремумов) функции были поставлены в V веке до н.э. Решением этих задач занимались Евклид, Архимед, Кеплер, Герон, Ферма. Однако общих способов не было разработано, каждая задача имела индивидуальное решение. В XVII веке Ньютоном и Лейбницем были разработаны общие методы решения задач на экстремум (максимум и минимум). Развёрнутый материал об этих и других открытиях могут подготовить сами учащиеся и выступить с ним перед классом...

ДИСКУССИОННАЯ ПЛОЩАДКА



... Все мы понимаем, сколько времени требуется на отыскание материалов для подготовки старшеклассников к ЕГЭ. Поэтому я крайне благодарна всем, кто делится и своими наработками, и опытом, и собранным материалом. Всё это помогает развивать творческую и мыслительную деятельность ребят, умение работать с информацией и т.д. Особенно ценно то, что все материалы помогают в систематизации знаний учащихся. Вряд ли когда-нибудь будет создан идеальный универсальный учебник. Человечество всегда в поиске, и мы не остановимся на достигнутом, будем искать, будем пробовать, будем экспериментировать, будем развиваться сами и стремиться развивать наших учеников.

Спасибо всем участникам круглого стола. Вы провели огромную работу! А , главное, были щедры ко всем нам. Пусть Ваш труд будет вознаграждён благодарностью Ваших учеников!



**«ШКОЛА УЧИТЕЛЯ
МАТЕМАТИКИ»**

«Учитель до тех пор остается учителем пока учится сам, как только он перестает учиться - в нем умирает учитель»

К.Д. Ушинский

ПОДГОТОВКА К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)

- **Приемы и способы решения заданий №7 ЕГЭ по математике профильного уровня**

*Банькова Наталья Валерьевна,
учитель математики МБОУ «Велижская СШ № 2»,
руководитель РМО учителей математики Велижского района,
член бюро ОМО учителей математики Смоленской области*

- **Приемы и способы решения заданий № 12 ЕГЭ по математике профильного уровня**

*Панина Нина Александровна,
учитель математики МБОУ «СШ № 33» г. Смоленска,
председатель предметной комиссии по проверке выполнения заданий ЕГЭ*